

# ТЕОРИЯ РЕЗАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Технологические особенности процесса резания:

- универсальность
- гибкость
- доступность зоны формообразования
- экономичность

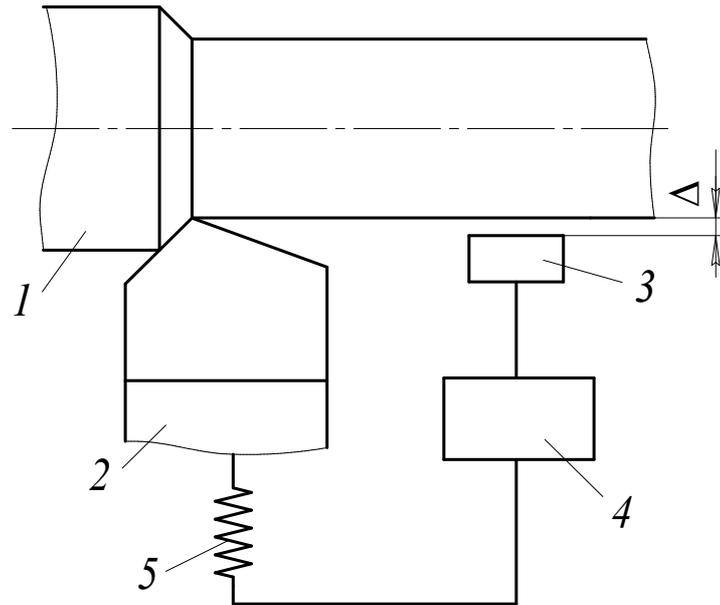


Рис. В.1. Схема активного контроля

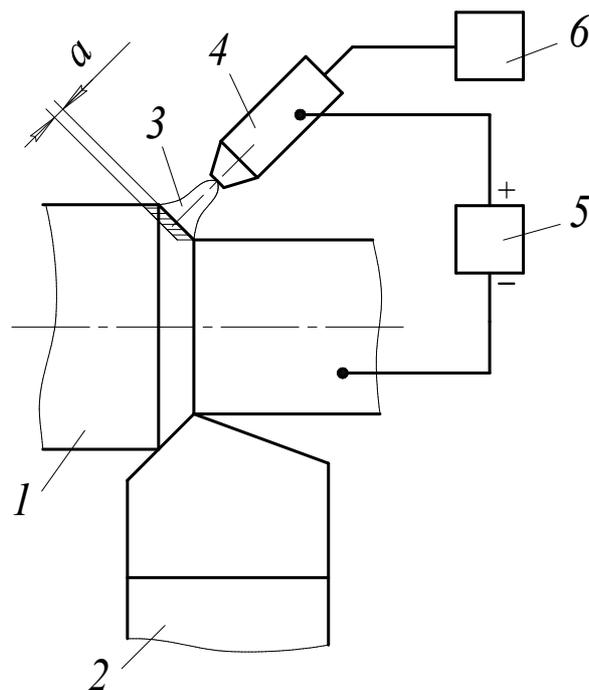


Рис. В.2. Схема плазменно-механической обработки

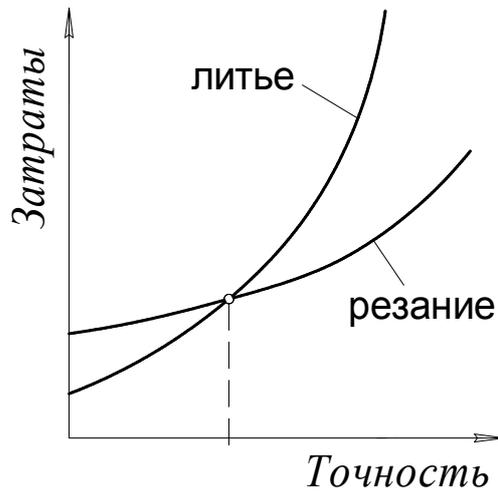


Рис. В.3. Сравнительная экономичность процессов резания и литья

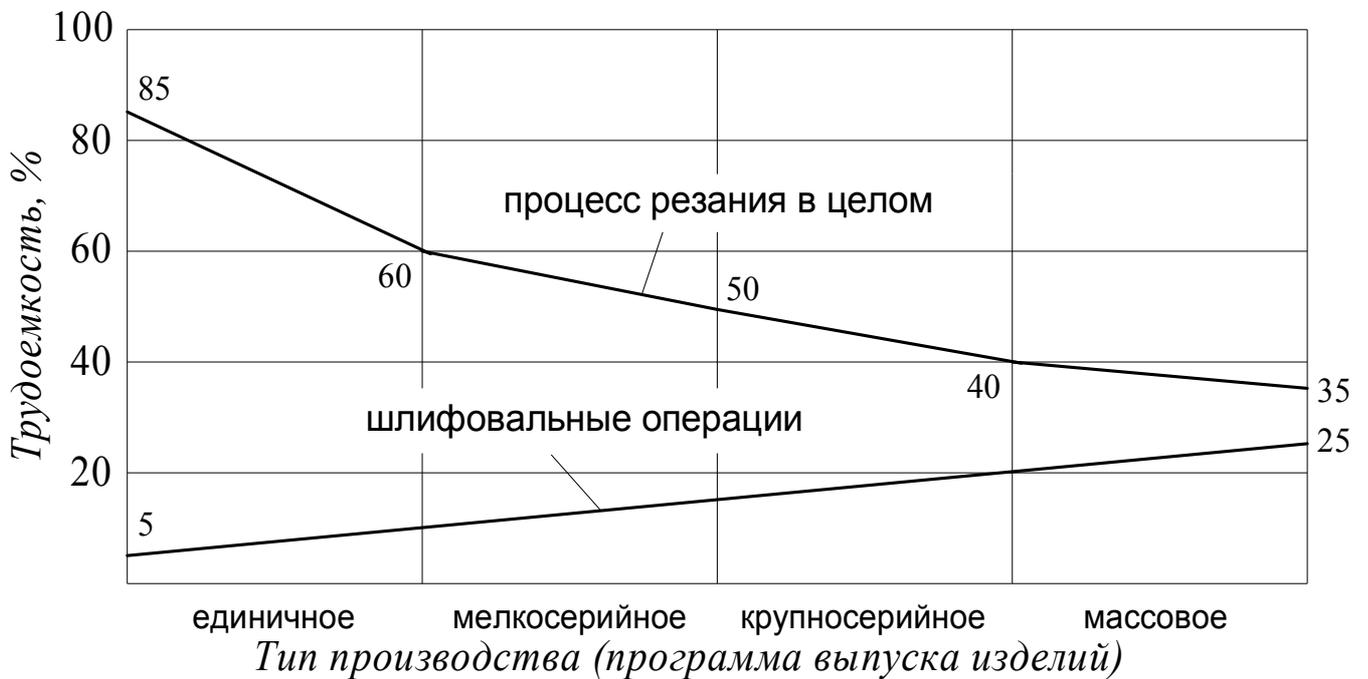


Рис. В.4. Трудоемкость процесса резания в зависимости от типа производства

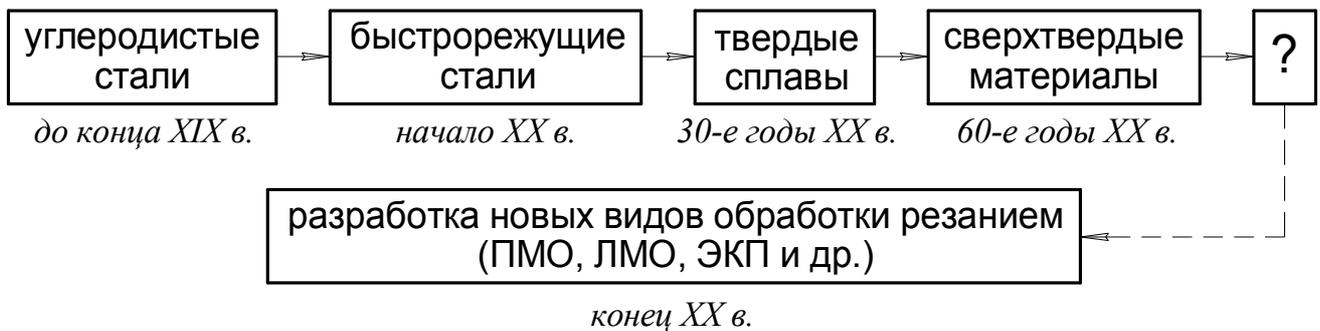


Рис. В.5. Схема совершенствования инструментальных материалов

# 1. ПАРАМЕТРЫ СРЕЗАЕМОГО СЛОЯ

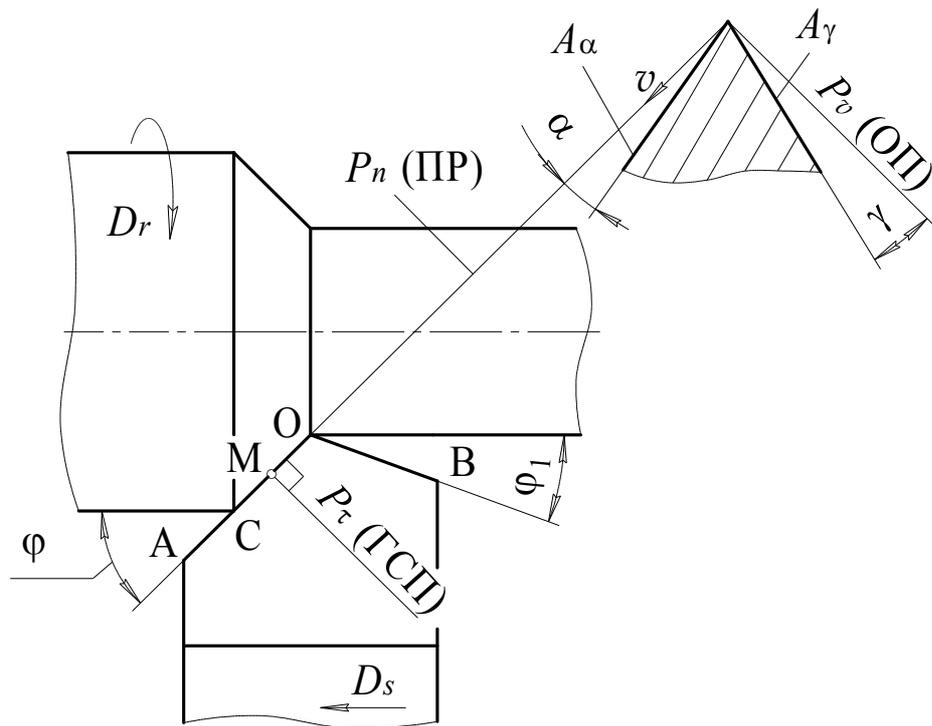


Рис. 1.1. Геометрия режущей части токарного резца

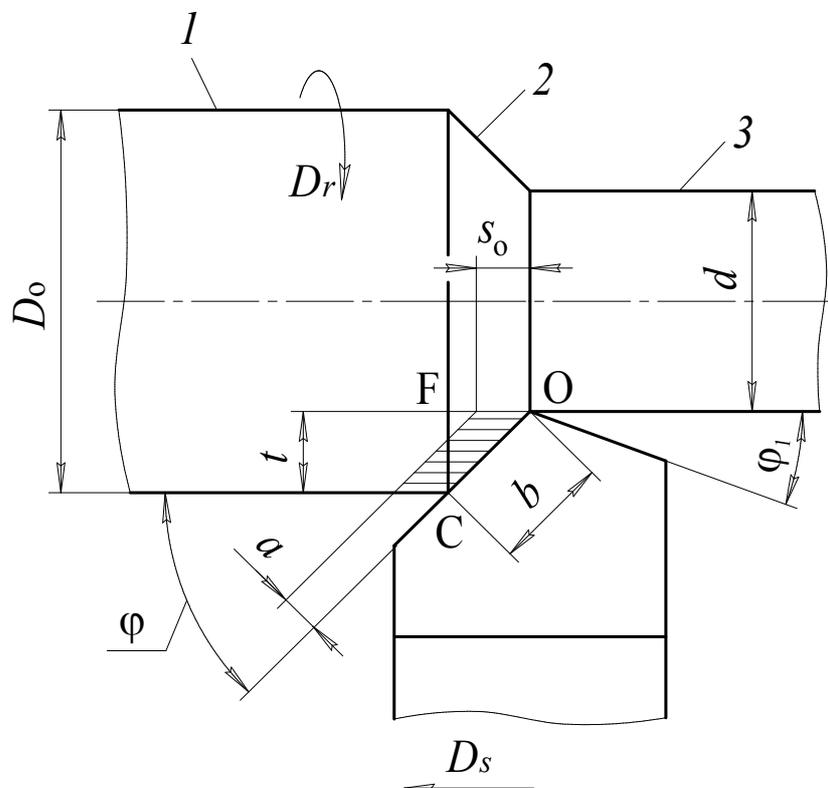


Рис. 1.2. Схема срезания припуска при продольном точении

$$t = (D_0 - d)/2, \text{ мм} \quad (1.1)$$

$$b = \frac{t}{\sin \varphi}, \text{ мм} \quad (1.2)$$

$$a = s_0 \cdot \sin \varphi, \text{ мм} \quad (1.3)$$

$$f = s_0 t = ab, \text{ мм}^2 \quad (1.4)$$

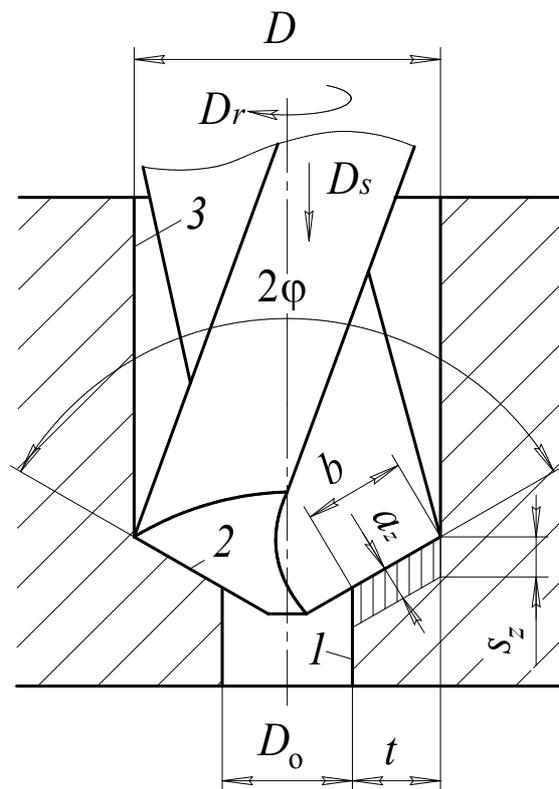


Рис. 1.3. Схема срезания припуска при сверлении

$$t = (D - D_0)/2, \text{ мм} \quad (1.5)$$

$$a_z = s_z \sin \varphi, \text{ мм} \quad (1.6)$$

$$s_z = \frac{s_0}{z}, \text{ мм/зуб} \quad (1.7)$$

$$f_z = s_z t = a_z b, \text{ мм}^2 \quad (1.8)$$

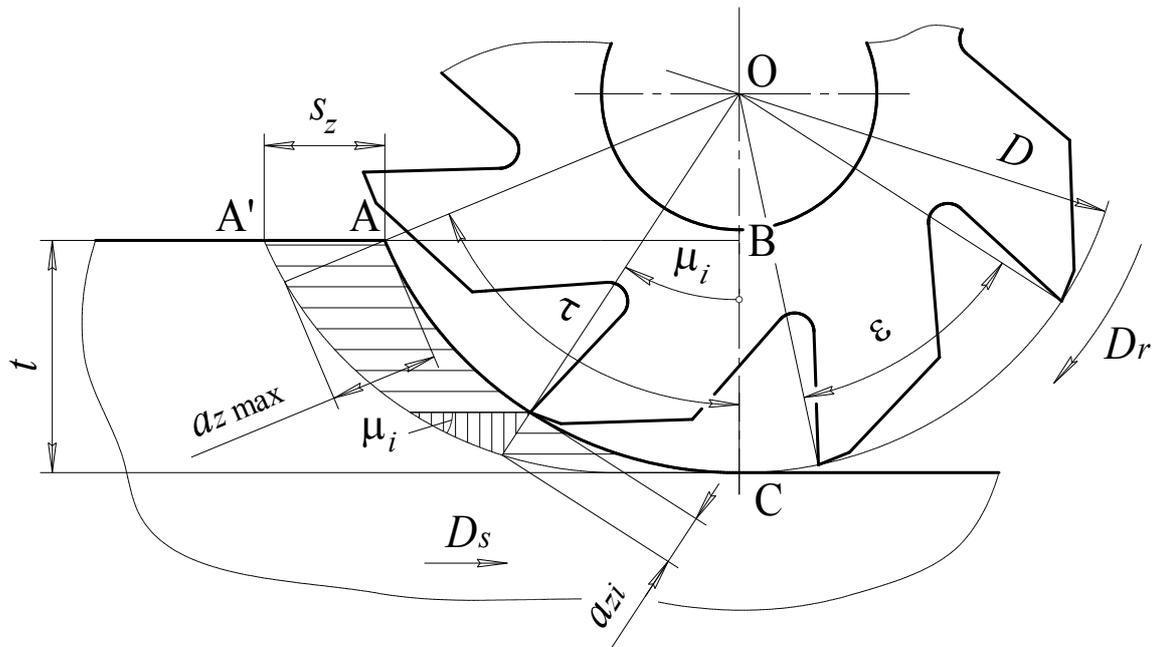


Рис. 1.4. Схема среза припуска при цилиндрическом фрезеровании

$$a_{zi} = s_z \sin \mu_i, \text{ мм} \quad (1.9)$$

$$f_{\mu} = b \sum_{i=1}^q a_{zi} = b s_z \sum_{i=1}^q \sin \mu_i, \text{ мм}^2 \quad (1.10)$$

$$q = \left[ \frac{\tau}{\epsilon} + 1 \right] \quad (1.11)$$

$$\epsilon = \frac{360^\circ}{z}, \text{ град.} \quad (1.12)$$

$$\cos \tau = \frac{|OB|}{|OA|} = \frac{0,5D - t}{0,5D} = 1 - \frac{2t}{D} \quad (1.13)$$

$$\cos \tau = 1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \dots \quad (1.14)$$

$$\tau = 2 \sqrt{\frac{t}{D}}, \text{ рад.} \quad (1.15)$$

$$\tau = \frac{360}{\pi} \sqrt{\frac{t}{D}}, \text{ град.} \quad (1.16)$$

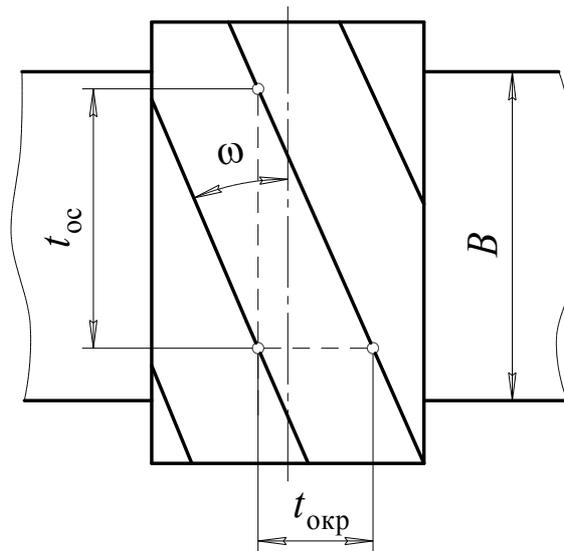


Рис.1.5. Развертка фрезы с винтовым зубом

$$t_{\text{окр}} = \frac{\pi D}{z}, \text{ мм} \quad (1.17)$$

$$t_{\text{oc}} = \frac{\pi D}{z} \text{ctg } \omega, \text{ мм} \quad (1.18)$$

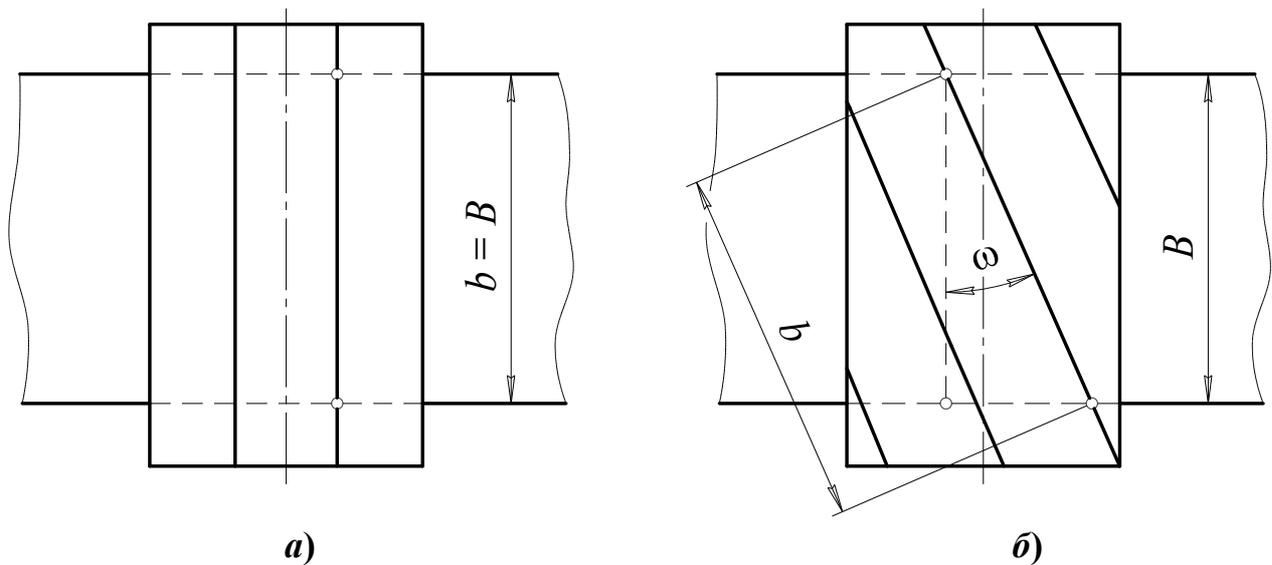


Рис.1.6. Ширина среза на прямозубой фрезе (а) и фрезе с винтовым зубом (б)

$$b = \frac{B}{\cos \omega}, \text{ мм} \quad (1.19)$$

Дуга контакта зуба с обрабатываемым материалом

$$L = \frac{D}{2} \tau = \sqrt{tD}, \text{ мм} \quad (1.20)$$

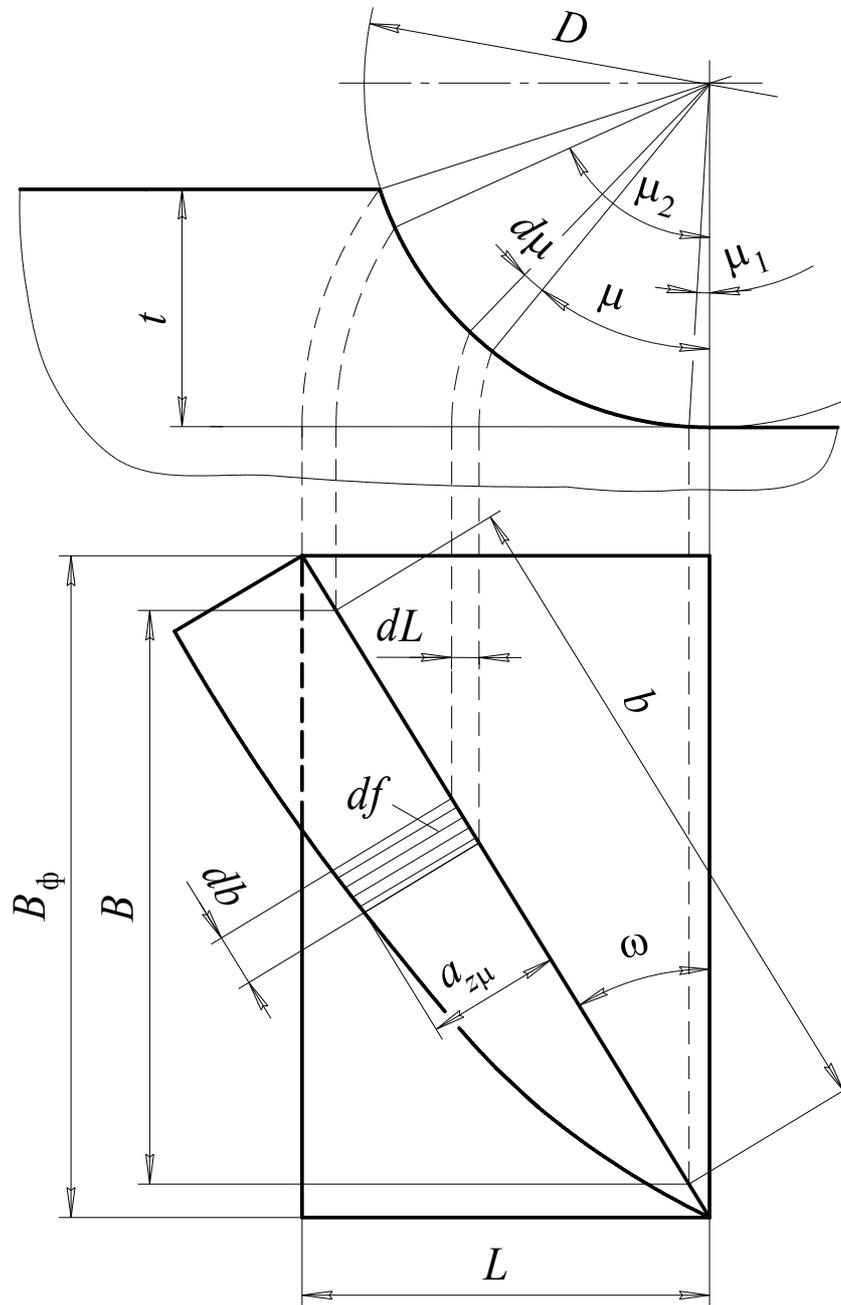


Рис. 1.5. Срез на винтовом зубе фрезы

В соответствии с (1.9)

$$a_{z\mu} = s_z \sin \mu \quad (1.21)$$

Элементарное сечение среза

$$df = a_{z\mu} db \quad (1.22)$$

$$db = \frac{dL}{\sin \omega} \quad (1.23)$$

$$dL = \frac{D}{2} d\mu \quad (1.24)$$

$$df = \frac{s_z D}{2 \sin \omega} \sin \mu \cdot d\mu \quad (1.25)$$

Сечение среза, снимаемое одним зубом за время контакта,

$$f_z = \frac{s_z D}{2 \sin \omega} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \sin \mu \cdot d\mu = \frac{s_z D}{2 \sin \omega} (\cos \mu_1 - \cos \mu_2) \quad (1.26)$$

Если одновременно работают  $q$  зубьев, суммарное мгновенное сечение среза

$$f_\mu = \sum_{i=1}^q f_{zi} = \frac{s_z D}{2 \sin \omega} \sum_{i=1}^q (\cos \mu_{1i} - \cos \mu_{2i}), \text{ мм}^2 \quad (1.27)$$

$f_\mu = \text{const}$ , если

$$\frac{B}{t_{oc}} = k, \text{ где } k \in \mathbf{N} \quad (1.28)$$

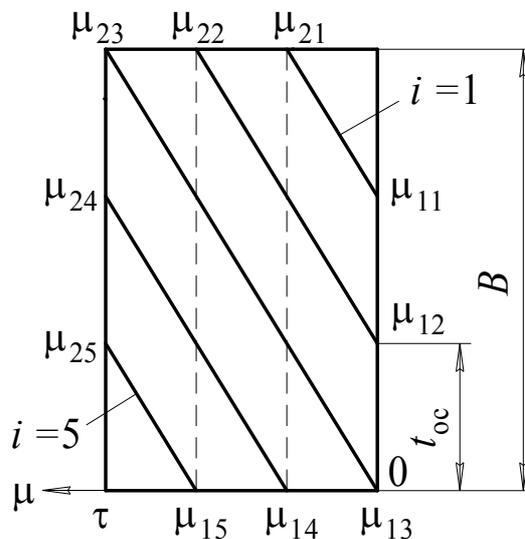


Рис. 1.6. О равномерном фрезеровании при  $k = 3$

$$f = \frac{s_z D}{2 \sin \omega} (\cos \mu_{11} - \cos \mu_{21} + \cos \mu_{12} - \cos \mu_{22} + \cos \mu_{13} - \cos \mu_{23} + \cos \mu_{14} - \cos \mu_{24} + \cos \mu_{15} - \cos \mu_{25})$$

$$\begin{cases} \mu_{11} = \mu_{12} = \mu_{13} = 0; \\ \mu_{23} = \mu_{24} = \mu_{25} = \tau; \\ \mu_{14} = \mu_{21}; \\ \mu_{15} = \mu_{22} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{s_z D}{2 \sin \omega} (1 - \cancel{\cos \mu_{21}} + 1 - \cancel{\cos \mu_{22}} + 1 - \cos \tau + \cancel{\cos \mu_{14}} - \cos \tau + \cancel{\cos \mu_{15}} - \cos \tau) = \\ &= \frac{s_z D}{2 \sin \omega} \cdot 3(1 - \cos \tau) \end{aligned} \quad (1.29)$$

С учетом (1.13)

$$f = k \frac{t s_z}{\sin \omega}, \text{ мм}^2 \quad (1.30)$$

$$B_{\min} = t_{\text{oc}} = \frac{\pi D}{z} \text{ctg } \omega, \text{ мм} \quad (1.31)$$

$$\left. \begin{aligned} kB_{\min} &\approx mH \\ kB_{\min} &< B_{\phi} \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

$m$  – количество одновременно фрезеруемых заготовок;  $H$  – ширина заготовки, мм

**Пример.** Цилиндрическая фреза диаметром 100 мм и шириной 250 мм имеет двенадцать винтовых зубьев с углом подъема  $30^\circ$ . Сколько заготовок шириной 30 мм надо обрабатывать одновременно, чтобы фрезерование было равномерным и наиболее производительным?

Производительность процесса резания:

– при точении и обработке отверстий осевым инструментом

$$P = t s_0 v, \text{ см}^3/\text{мин.} \quad (1.33)$$

– при фрезеровании

$$P = t s_0 v \frac{B}{\pi D}, \text{ см}^3/\text{мин.} \quad (1.34)$$

$[t] = \text{мм}$ ;  $[s_0] = \text{мм/об}$ ;  $[v] = \text{м/мин.}$

## 2. КИНЕМАТИКА РЕЗАНИЯ ЛЕЗВИЙНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

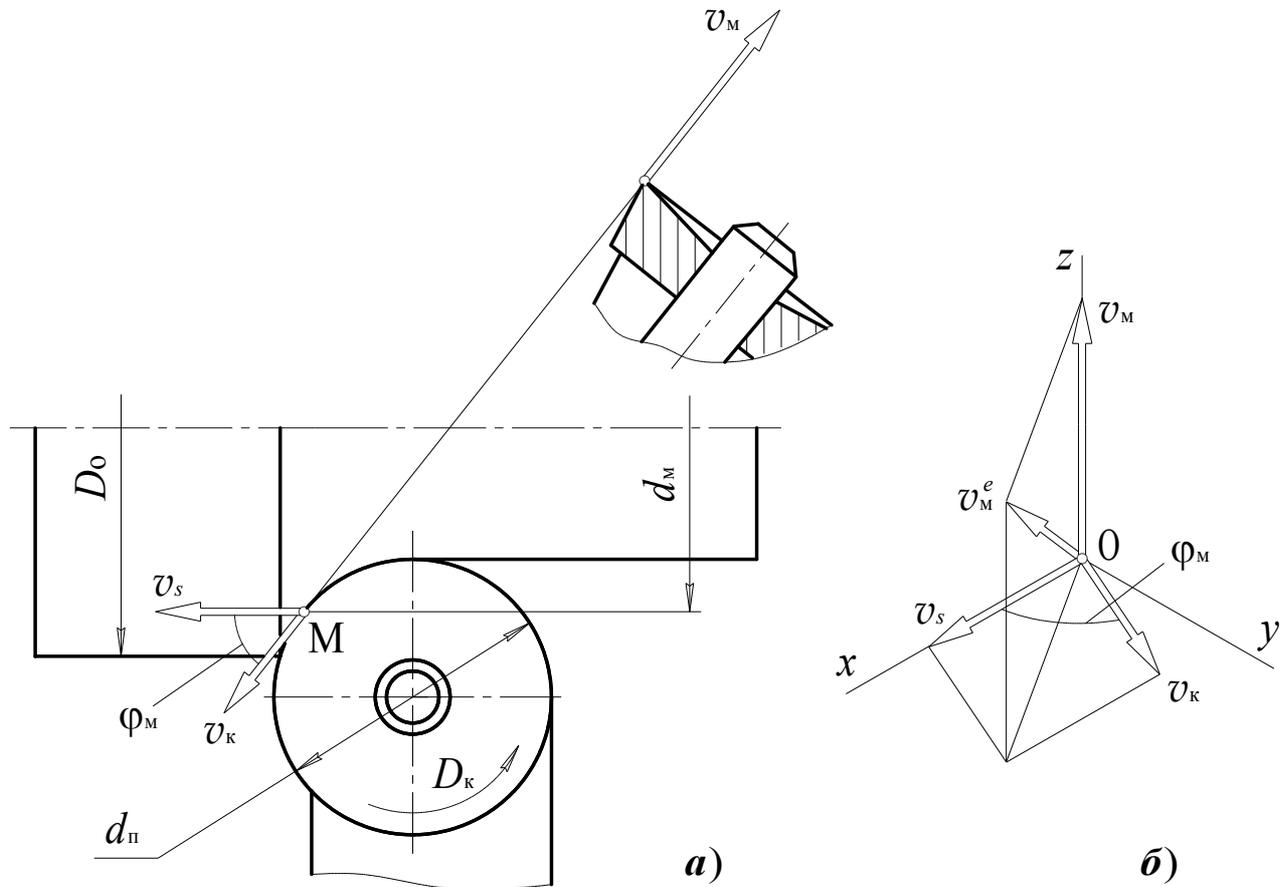


Рис.2.1. К расчету абсолютной скорости точки  
режущей кромки инструмента

$$\vec{v}_M^e = \vec{v}_M + \vec{v}_s + \vec{v}_k \quad (2.1)$$

$$\left. \begin{aligned} v_x^e &= v_s + v_k \cos \varphi_M; \\ v_y^e &= v_k \sin \varphi_M; \\ v_z^e &= v_M \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

$$v_M^e = \sqrt{(v_x^e)^2 + (v_y^e)^2 + (v_z^e)^2} = \sqrt{v_M^2 + v_s^2 + v_k^2 + 2v_s v_k \cos \varphi_M} \quad (2.3)$$

Вектор  $\vec{v}_M^e$  составляет с осью  $OX$  угол

$$\cos \mu_x = \frac{v_x^e}{v_M^e} = \frac{v_s + v_k \cos \varphi_M}{\sqrt{v_M^2 + v_s^2 + v_k^2 + 2v_s v_k \cos \varphi_M}} \quad (2.4)$$

Скорость главного движения

$$v_M = \frac{\pi d_M n}{1000}, \text{ м/мин.} \quad (2.5)$$

$[d_M] = \text{мм}; [n] = \text{об/мин.}$

$$v = \frac{\pi D_o n}{1000}, \text{ м/мин.} \quad (2.6)$$

$$v = \frac{\pi D n}{1000}, \text{ м/мин.} \quad (2.7)$$

Скорость движения подачи

$$v_s = s_o n, \text{ мм/мин.} \quad (2.8)$$

$$v_s = s_z z n, \text{ мм/мин.} \quad (2.9)$$

Скорость независимого движения режущей кромки

$$v_k = \pi d_{\Pi} n_{\Pi}, \text{ мм/мин.} \quad (2.10)$$

$[d_{\Pi}] = \text{мм}; [n_{\Pi}] = \text{об/мин.}$

$v_k = 0; \varphi_M = \text{const} \rightarrow \text{обычное резание}$

$$\vec{v}_M^e = \vec{v}_M + \vec{v}_s \quad (2.11)$$

$$v_M^e = \sqrt{v_M^2 + v_s^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi d_M n}{1000}\right)^2 + \left(\frac{s_o n}{1000}\right)^2} = \frac{n}{1000} \sqrt{\pi^2 d_M^2 + s_o^2}, \text{ м/мин.} \quad (2.12)$$

$$s_o \ll \pi d_M \Rightarrow v_M^e \approx \frac{\pi d_M n}{1000} = v_M$$

Машинное время

$$\tau_M = \frac{L_s}{v_s}, \text{ мин.} \quad (2.13)$$

$$L_s = L + y_1 + y_2, \text{ мм} \quad (2.14)$$

$$\frac{t}{y_1} = \text{tg } \varphi \Rightarrow y_1 = t \text{ctg } \varphi \quad (2.15)$$

$$\frac{t}{y_2} = \text{tg } \varphi_1 \Rightarrow y_2 = t \text{ctg } \varphi_1 \quad (2.16)$$

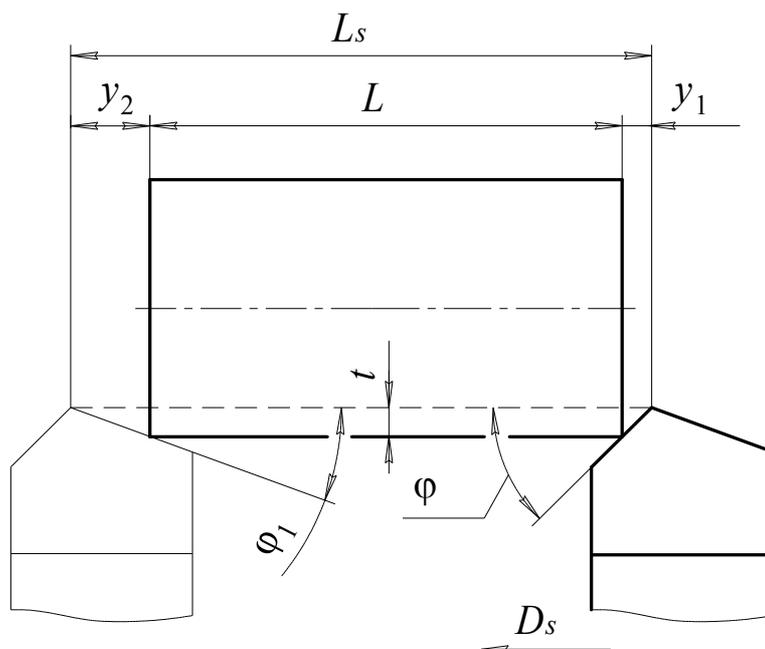


Рис. 2.2. Врезание и перебег при точении «напроход»

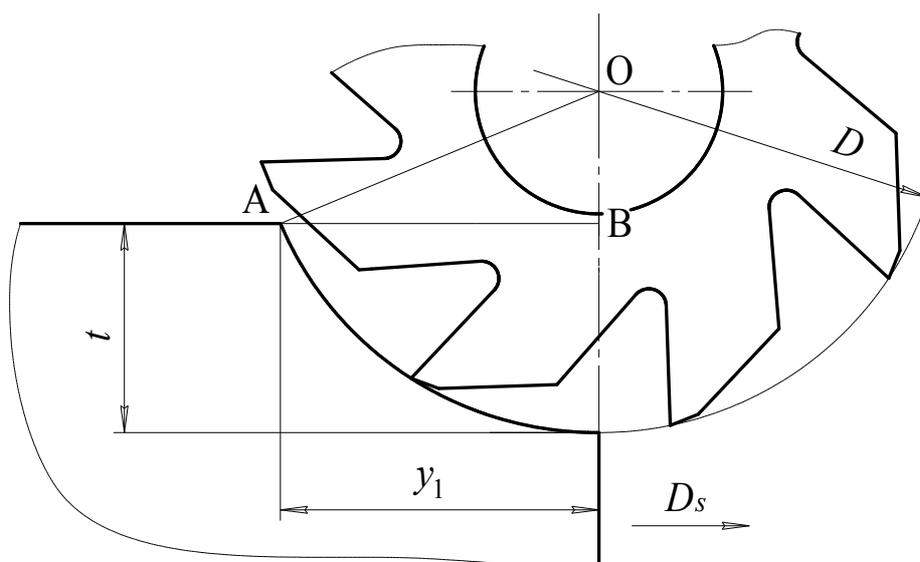


Рис. 2.3. Врезание при цилиндрическом фрезеровании

$$y_1 = \sqrt{(0,5D)^2 - (0,5D - t)^2} = \sqrt{t(D - t)} \quad (2.17)$$

Таблица 2.1. Теоретические значения врезания и перебега при обработке резанием

Вид обработки резанием	Врезание $y_1$ , мм	Перебег $y_2$ , мм
Точение «напроход», подрезка торца	$t \operatorname{ctg} \varphi$	$t \operatorname{ctg} \varphi_1$
Другие виды точения, сверление, зенкерование, развертывание		0
Фрезерование цилиндрическое	$\sqrt{t(D - t)}$	

### 3. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАБОТКИ ЗАГОТОВОК АБРАЗИВНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

Компоненты режущей части абразивного инструмента:

– зёрна	{	высокотвёрдые	{	корунд
				карбид кремния
		сверхтвёрдые	{	природный алмаз
				синтетический алмаз
				кубический нитрид бора

– связка	{	неорганическая	{	бариевое стекло
				огнеупорная глина
		органическая	{	бакелит
				вулканит
				эпоксидная смола
		металлическая	{	алюминий
				оловянистая бронза

– воздушные поры

$$V = V_3 + V_c + V_{\text{п}} \quad (3.1)$$

Основные характеристики зёрен:

- относительный объем

$$\rho_3 = \frac{V_3}{V} \cdot 100\% \quad (3.2)$$

- концентрация

$$K = 4\rho_3 = 400 \frac{V_3}{V}, \% \quad (3.3)$$

- коэффициент изометричности

$$\lambda = \frac{d_3}{x} \quad (3.4)$$

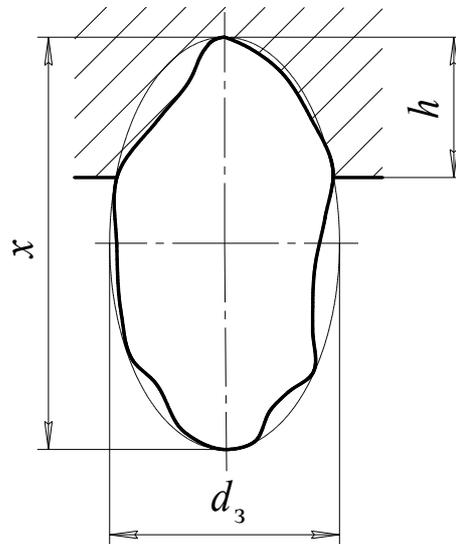


Рис. 3.1. Абразивное зерно

$$\lambda = 0,4 \dots 0,8 \Rightarrow \bar{\lambda} \approx 0,6$$

- распределение размеров зёрен

Основная фракция должна составлять не менее 70% всего объема зёрен, т.е.

$$p(\bar{x}) \geq 0,7$$

$$V_{\bar{x}} = \frac{1}{6} \pi d_3^2 \bar{x} = \frac{1}{6} \pi \lambda^2 \bar{x}^3, \text{ мм}^3 \quad (3.5)$$

Из (3.2) при  $V = 1 \text{ мм}^3$

$$V_{31} = \frac{\rho_3}{100}, \text{ мм}^3 \quad (3.6)$$

Средневероятное число зёрен:

– в  $1 \text{ мм}^3$  режущей части абразивного инструмента

$$n_v = \frac{V_{31}}{V_{\bar{x}}} = \frac{3\rho_3}{50\pi\lambda^2} \cdot \frac{1}{\bar{x}^3}, \text{ шт./мм}^3 \quad (3.7)$$

– на  $1 \text{ мм}^2$  поверхности инструмента

$$n_o = n_v^{2/3} = \left( \frac{3\rho_3}{50\pi\lambda^2} \right)^{2/3} \cdot \frac{1}{\bar{x}^2}, \text{ шт./мм}^2 \quad (3.8)$$

– участвующих в процессе резания

$$n_p = n_o(1 - \varepsilon)\xi, \text{ шт./мм}^2 \quad (3.9)$$

$$\varepsilon = \frac{h_k}{\bar{x}} \quad (3.10)$$

$h_k$  – критическая заделка зерна, мм

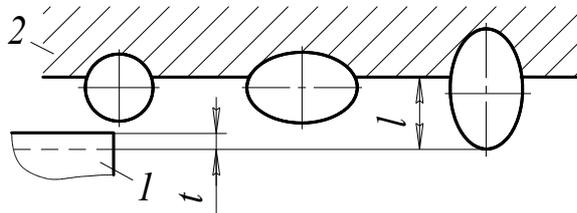


Рис. 3.2. К вопросу о количестве работающих зёрен

$$\xi = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{1}{\rho_3(1 - \varepsilon)^3} \cdot \frac{w}{v}} \quad (3.11)$$

$[v] = \text{м/с}$ ;  $[w] = \text{мм/с}$

Скорость резания при шлифовании

$$v = \frac{\pi D_{кр} n}{1000 \cdot 60}, \text{ м/с} \quad (3.12)$$

$[D_{кр}] = \text{мм}$ ;  $[n] = \text{об/мин}$ .

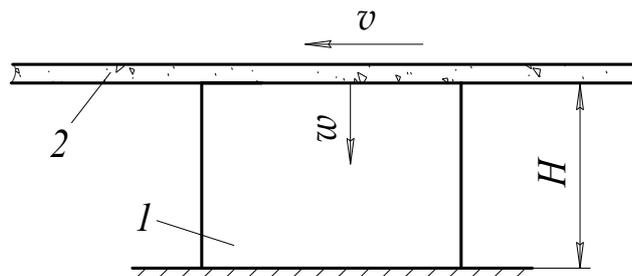


Рис. 3.3. Схема ленточного шлифования

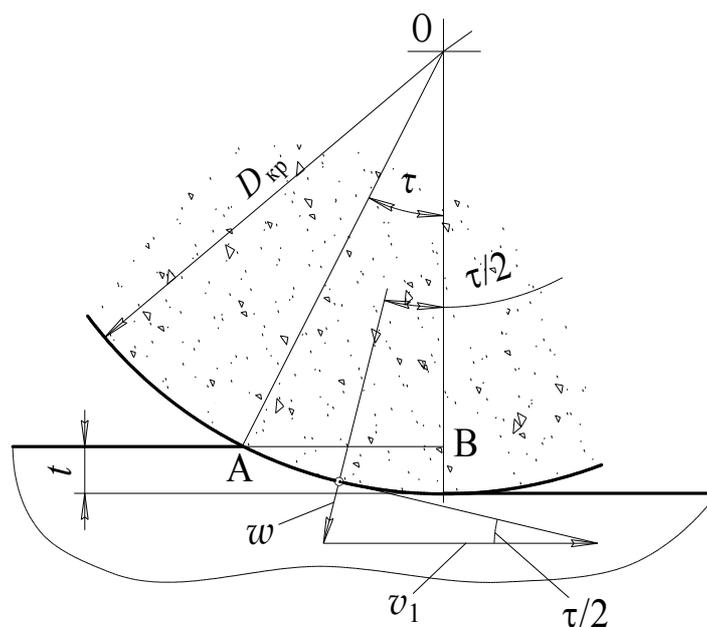


Рис. 3.4. К расчету скорости внедрения зерна

$$w = v_1 \sin \frac{\tau}{2} \quad (3.13)$$

$v_1$  – скорость движения заготовки, мм/с

Из треугольника АОВ

$$\cos \tau = 1 - \frac{2t}{D_{кр}} \quad (3.14)$$

$$\sin \frac{\tau}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \tau}{2}} = \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}} \quad (3.15)$$

Скорость внедрения зерна при шлифовании:

- периферией круга

$$w = v_1 \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}}, \text{ мм/с} \quad (3.16)$$

- торцом круга

$$w = \frac{t}{B_{кр}} v_1, \text{ мм/с} \quad (3.17)$$

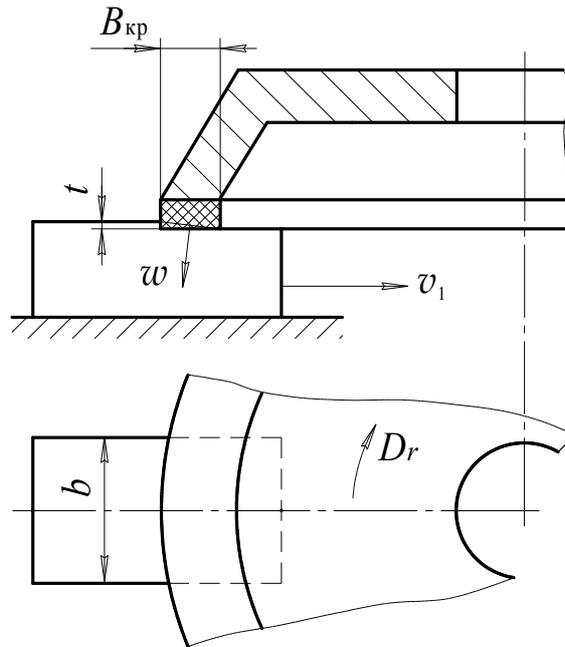


Рис. 3.5. Схема торцешлифования

Производительность процесса резания (минутный съём) при шлифовании

$$P = 60tbv_1, \text{ мм}^3/\text{мин.} \quad (3.18)$$

Площадь поверхности инструмента, которая за 1 мин. участвует в работе,

$$F = \begin{cases} 1000 \cdot 60bv, \text{ мм}^2 & \text{— при шлифовании периферией круга} \\ 1000 \cdot 60(t + B_{\text{кр}})v, \text{ мм}^2 & \text{— при шлифовании торцом круга} \end{cases} \quad (3.19)$$

Средневероятное число работающих зёрен

$$N = n_p F \quad (3.20)$$

Средневероятный объем среза, приходящийся на одно зерно, при шлифовании:

- периферией круга

$$\omega_z = \frac{P}{N} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{t}{n_p} \cdot \frac{v_1}{v}, \text{ мм}^3/\text{зерно} \quad (3.21)$$

- торцом круга

$$\omega_z = \frac{1}{1000} \cdot \frac{tb}{(t + B_{\text{кр}})n_p} \cdot \frac{v_1}{v}, \text{ мм}^3/\text{зерно} \quad (3.22)$$

## 4. ДИНАМИКА РЕЗАНИЯ

### 4.1. Схема образования стружки

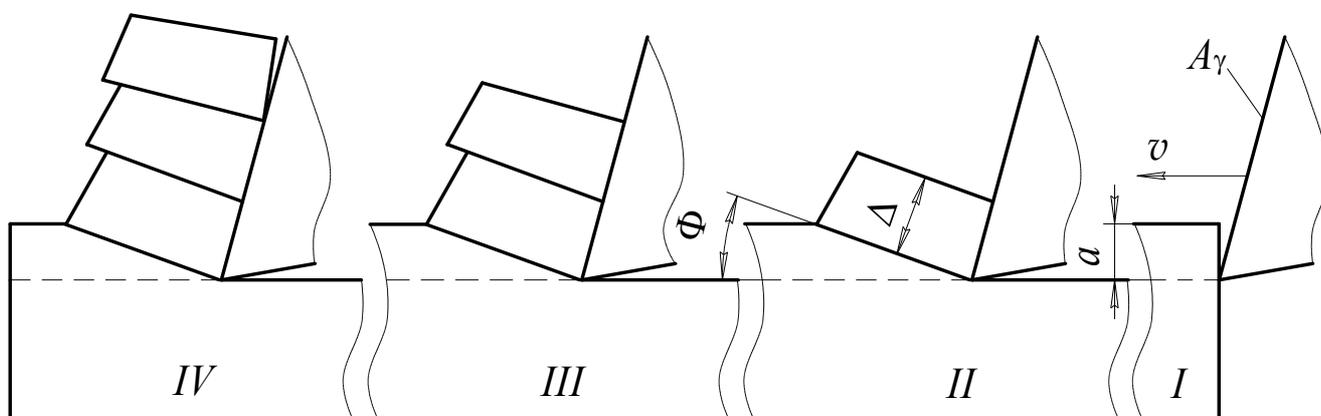


Рис. 4.1. Схема эксперимента И.А. Тиме

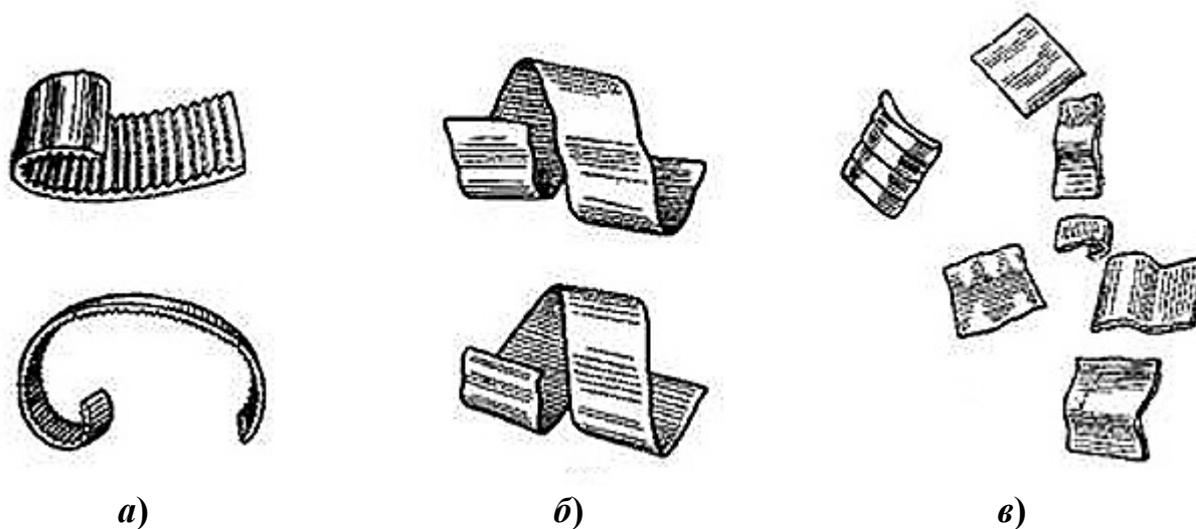


Рис. 4.2. Виды стружки: элементная (а), сливная (б), надлома (в)

На форму стружки влияют:

- механические свойства обрабатываемого материала
- толщина среза
- геометрия режущего инструмента
- скорость резания

## 4.2. Деформации и напряжения в зоне резания

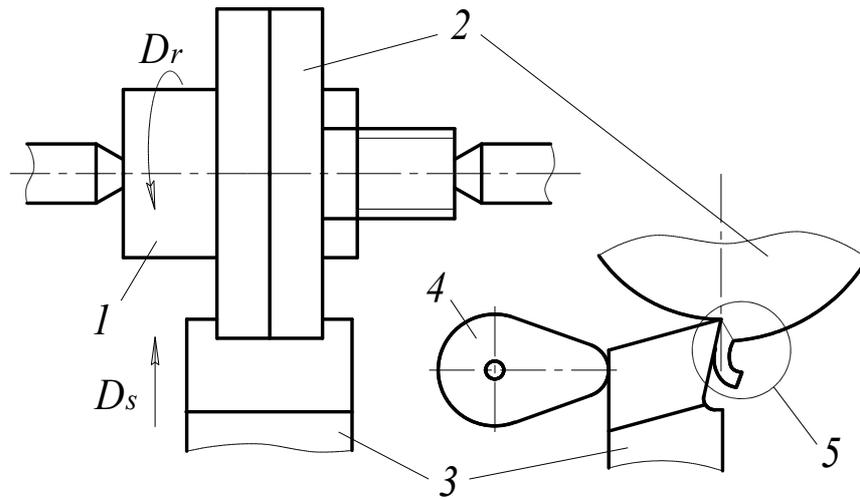


Рис. 4.3. Получение «корня» стружки при точении

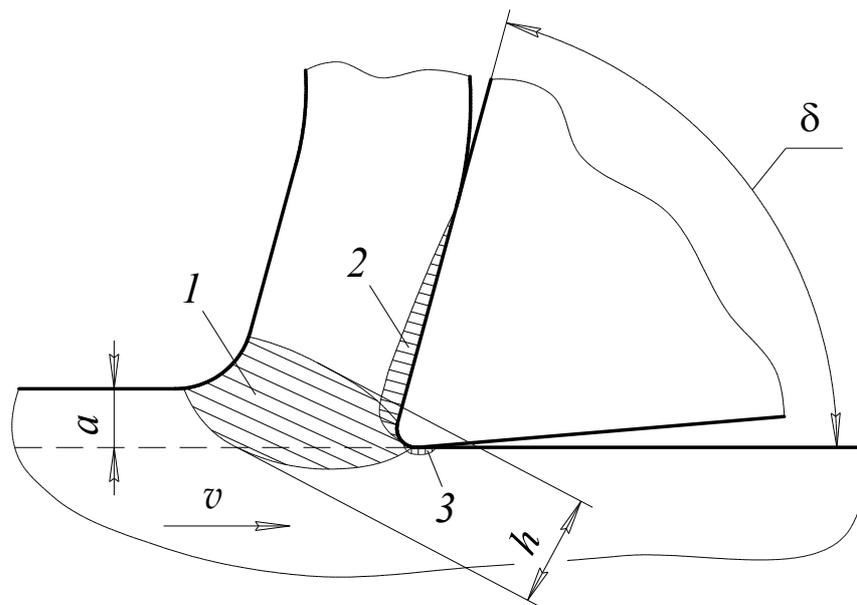


Рис. 4.4. Области деформирования при резании

На размеры основной области деформирования  $l$  влияют:

- физико-механические свойства обрабатываемого материала
- скорость резания  $v$  и толщина среза  $a$
- угол резания  $\delta$

$$\delta = 90^\circ - \gamma \quad (4.1)$$

$v \uparrow h \downarrow \mid$  при  $v \geq 40$  м/мин  $h \rightarrow 0$

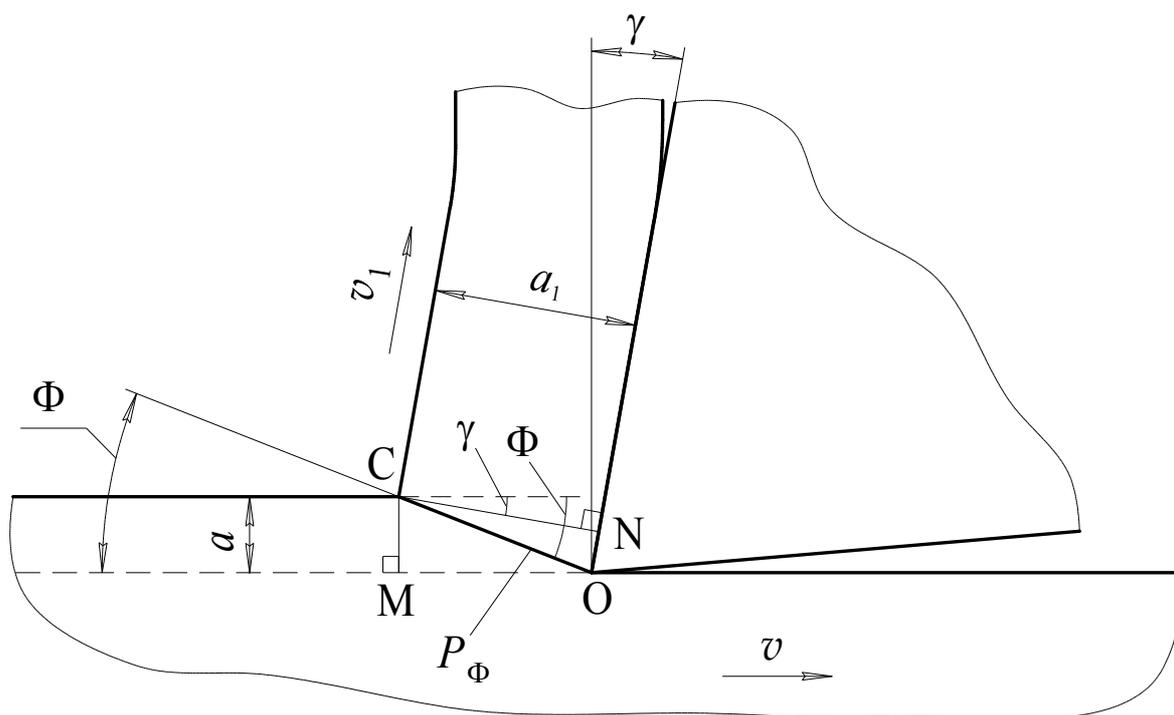


Рис. 4.5. Схема резания с единственной плоскостью сдвига

Коэффициент утолщения стружки

$$K_a = \frac{a_1}{a} \quad (4.2)$$

Из треугольника ОСМ

$$\overline{OC} = \frac{\overline{CM}}{\sin \Phi} = \frac{a}{\sin \Phi} \quad (4.3)$$

Из треугольника ОСN ( $\angle OCN = \Phi - \gamma$ )

$$\overline{OC} = \frac{\overline{CN}}{\cos(\Phi - \gamma)} = \frac{a_1}{\cos(\Phi - \gamma)} \quad (4.4)$$

$$K_a = \frac{\cos(\Phi - \gamma)}{\sin \Phi} \quad (4.5)$$

Из (4.5)

$$K_a = \frac{\cos \Phi \cos \gamma + \sin \Phi \sin \gamma}{\sin \Phi} = \frac{\cos \gamma}{\operatorname{tg} \Phi} + \sin \gamma \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg} \Phi = \frac{\cos \gamma}{K_a - \sin \gamma} \quad (4.6)$$

Коэффициент уширения стружки

$$K_b = \frac{b_1}{b} \quad (4.7)$$

Коэффициент укорочения стружки

$$K_l = \frac{L}{L_1} \quad (4.8)$$

$$abL = a_1b_1L_1 \Rightarrow \frac{L}{L_1} = \frac{a_1}{a} \cdot \frac{b_1}{b} \Rightarrow K_l = K_a \cdot K_b \quad (4.9)$$

Время резания

$$\tau = \frac{L}{v} = \frac{L_1}{v_1} \Rightarrow \frac{v}{v_1} = \frac{L}{L_1} = K_l \quad (4.10)$$

Как правило,  $K_b \approx 1$ . Тогда  $K_l \approx K_a$  и из (4.10) скорость схода стружки

$$v_1 \approx \frac{v}{K_a}, \text{ м/мин.} \quad (4.11)$$

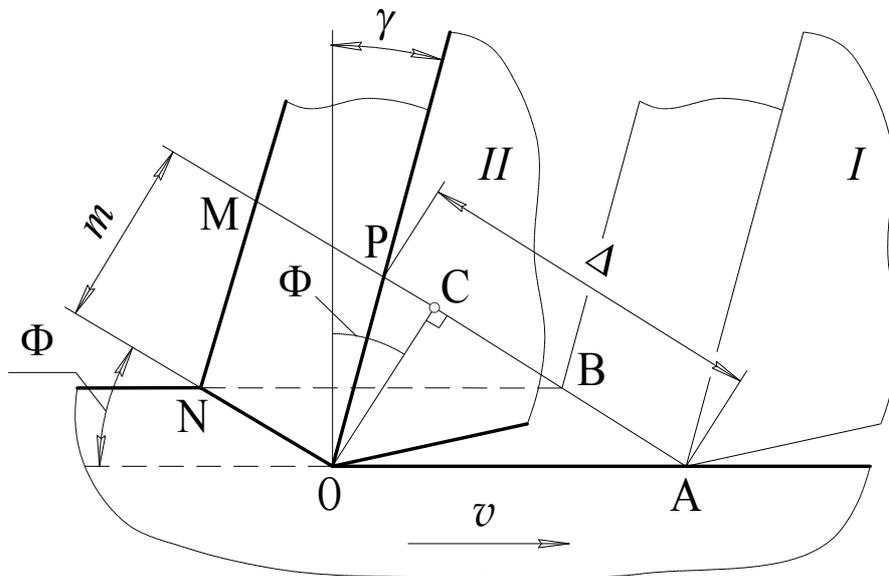


Рис. 4.6. К расчету относительного сдвига

$$\Delta = \overline{AC} + \overline{CP} = m \operatorname{ctg} \Phi + m \operatorname{tg}(\Phi - \gamma)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{m} = \operatorname{ctg} \Phi + \operatorname{tg}(\Phi - \gamma) \quad (4.12)$$

**Пример.** Чему равен угол сдвига и наибольший относительный сдвиг при работе резца с передним углом  $0^\circ$ , если коэффициент утолщения стружки равен 2?

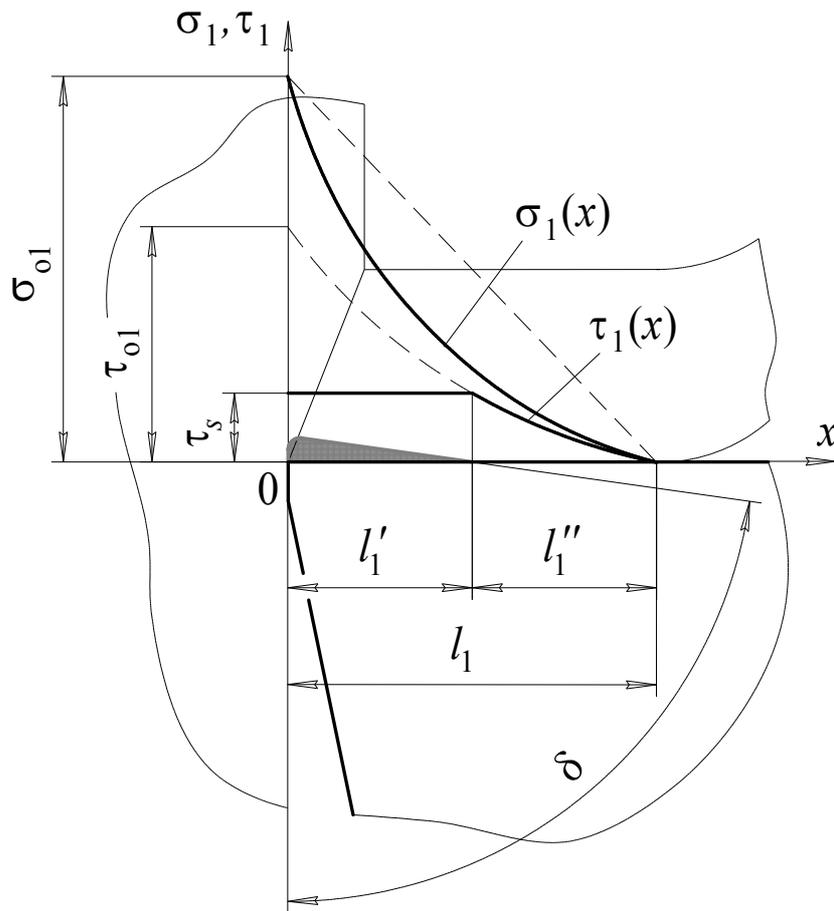


Рис. 4.7. Напряжения на передней поверхности инструмента

$$\sigma_1(x) = Ax + B \quad (4.13)$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{при } x = 0 \quad B = \sigma_1(0) = \sigma_{01} \\ \text{при } x = l_1 \quad A = \frac{\sigma_1(l_1) - B}{l_1} = -\frac{\sigma_{01}}{l_1} \end{array} \right| \Rightarrow \sigma_1(x) = \sigma_{01} \left( 1 - \frac{x}{l_1} \right) \quad (4.14)$$

$$\sigma_1(x) = \sigma_{01} \left( 1 - \frac{x}{l_1} \right)^n, \text{ МПа} \quad (4.15)$$

$$n \approx 3$$

$$\tau_1(x) = \begin{cases} \tau_s & \text{при } x \in [0; l_1'] \\ \tau_s \left( 1 - \frac{x - l_1'}{l_1''} \right)^n & \text{при } x \in (l_1'; l_1] \end{cases} \quad (4.16)$$

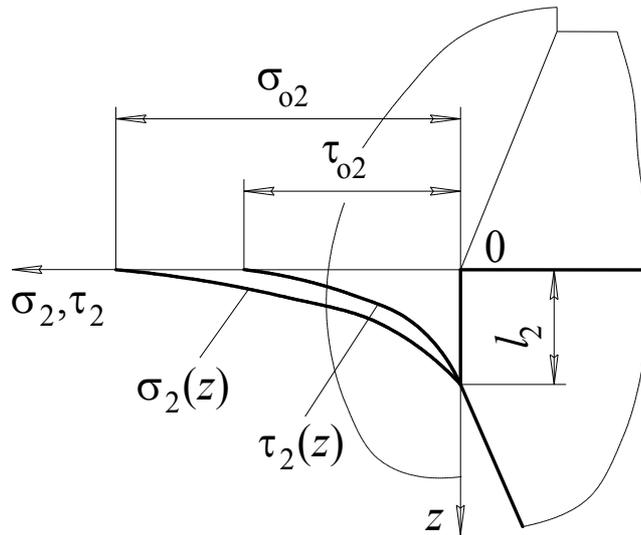


Рис. 4.8. Напряжения на задней поверхности инструмента

$$\sigma_2(z) = \sigma_{02} \left(1 - \frac{z}{l_2}\right)^n \quad (4.17)$$

$$\tau_2(z) = \mu_2 \sigma_2(z) \quad (4.18)$$

$\mu_2$  – коэффициент трения скольжения

### 4.3. Силы на контактных поверхностях инструмента

Передняя контактная площадка  $s_1 = b \times l_1$

Нормальная сила

$$N_1 = \int_{s_1} \sigma_1(x) ds = \iint_{s_1} \sigma_1(x) dx dy = \int_0^b dy \int_0^{l_1} \sigma_1(x) dx = b \sigma_{01} \int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x}{l_1}\right)^n dx \quad (4.19)$$

$$\int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x}{l_1}\right)^n dx = \left| \begin{array}{l} u = 1 - \frac{x}{l_1} \Rightarrow dx = -l_1 du \\ u|_{x=0} = 1; \quad u|_{x=l_1} = 0 \end{array} \right| = -l_1 \int_1^0 u^n du = l_1 \frac{u^{n+1}}{n+1} \Big|_0^1 = \frac{l_1}{n+1} \quad (4.20)$$

$$N_1 = b \sigma_{01} \frac{l_1}{n+1} \approx 0,25 b l_1 \sigma_{01}, \text{ Н} \quad (4.21)$$

$[b] = \text{мм}; [l_1] = \text{мм}; [\sigma_{01}] = \text{МПа}$

## Сила трения

$$F_1 = \int_{s_1} \tau_1(x) ds = \int_0^b dy \left( \int_0^{l_1'} \tau_s dx + \int_{l_1'}^{l_1} \tau_s \left( 1 - \frac{x-l_1'}{l_1''} \right)^n dx \right) \quad (4.22)$$

$$\int_{l_1'}^{l_1} \left( 1 - \frac{x-l_1'}{l_1''} \right)^n dx = \left| \begin{array}{l} \tilde{x} = x - l_1' \Rightarrow dx = d\tilde{x} \\ \tilde{x}|_{x=l_1'} = 0; \tilde{x}|_{x=l_1} = l_1 - l_1' = l_1'' \end{array} \right| = \int_0^{l_1''} \left( 1 - \frac{\tilde{x}}{l_1''} \right)^n d\tilde{x} = \frac{l_1''}{n+1} \quad (4.23)$$

$$F_1 = b\tau_s \left( l_1' + \frac{l_1''}{n+1} \right) \quad (4.24)$$

При  $l_1' \approx l_1'' \approx 0,5l_1$  и  $n \approx 3$

$$F_1 \approx 0,625bl_1\tau_s, \text{ Н} \quad (4.25)$$

Задняя контактная площадка  $s_2 = b \times l_2$

$$N_2 = \iint_{s_2} \sigma_2(z) dy dz = \int_0^b dy \int_0^{l_2} \sigma_2(z) dz = b\sigma_{02} \frac{l_2}{n+1} \approx 0,25bl_2\sigma_{-B} \quad (4.26)$$

$$F_2 = \mu_2 N_2 \quad (4.27)$$

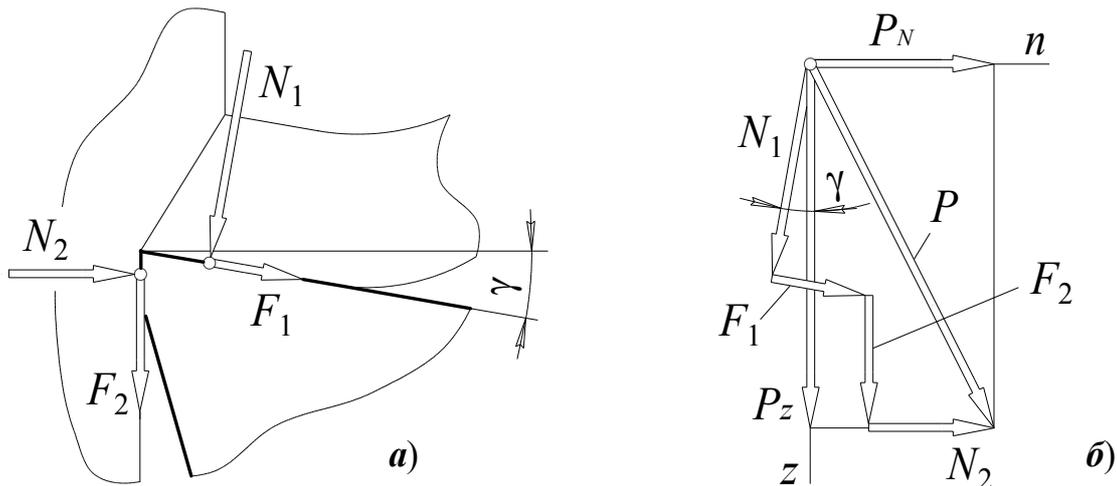


Рис. 4.9. Силы на контактных поверхностях режущего клина

$$P_z = N_1 \cos \gamma + F_1 \sin \gamma + F_2 \quad (4.28)$$

$$P_N = F_1 \cos \gamma - N_1 \sin \gamma + N_2 \quad (4.29)$$

#### 4.4. Силы при работе однолезвийным инструментом

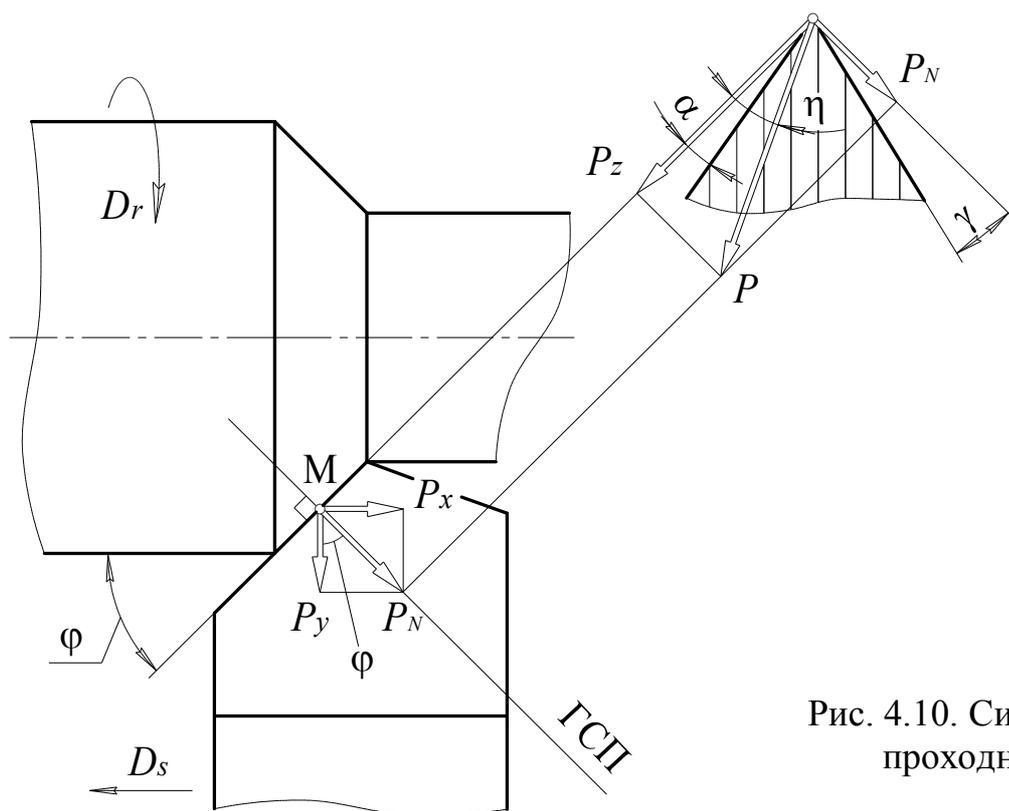


Рис. 4.10. Силы при точении проходным резцом

$$P = \sqrt{P_N^2 + P_z^2} = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}, \text{ Н} \quad (4.30)$$

$$P_N = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad (4.31)$$

$$P_x = P_N \sin \phi \quad (4.32)$$

$$P_y = P_N \cos \phi \quad (4.33)$$

Эффективная мощность резания

$$W_3 = \frac{dA}{dt} = \frac{d(P_z S_v)}{dt} = P_z \frac{dS_v}{dt} \quad (4.34)$$

$$W_3 = \frac{P_z v}{60}, \text{ Вт} \quad (4.35)$$

$[P_z] = \text{Н}; [v] = \text{м/мин.}$

Угол действия

$$\eta = \text{arctg} \frac{P_N}{P_z} \quad (4.36)$$

#### 4.5. Силы и крутящие моменты на многолезвийных инструментах при постоянном сечении среза

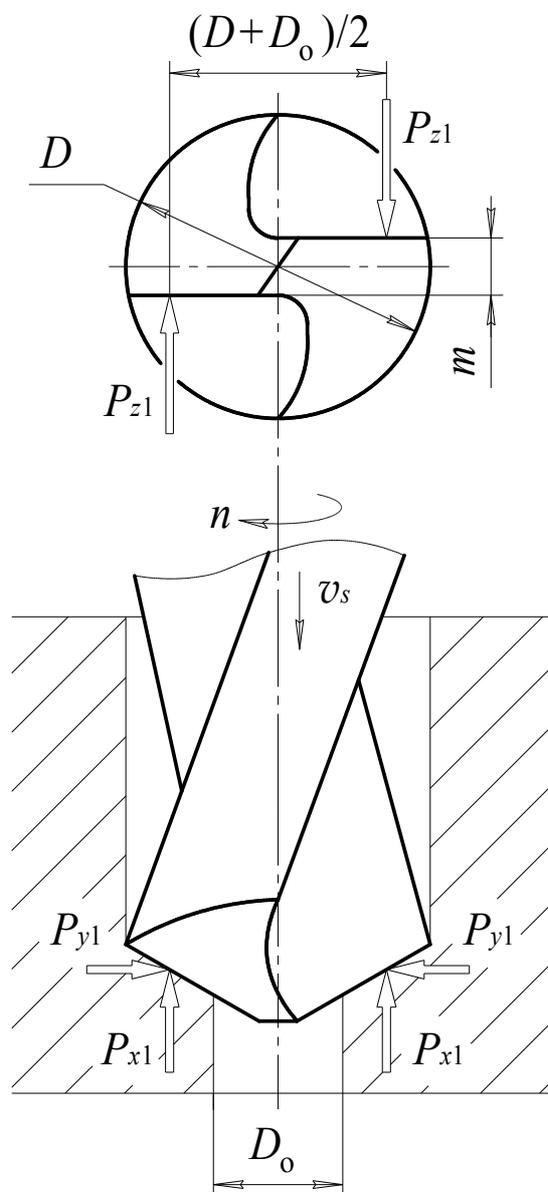


Рис. 4.11. Силы при сверлении

Осевая сила

$$P_{oc} = 2P_{x1}$$

В общем случае

$$P_{oc} = zP_{x1}, \text{ Н} \quad (4.37)$$

$z$  – число режущих лезвий

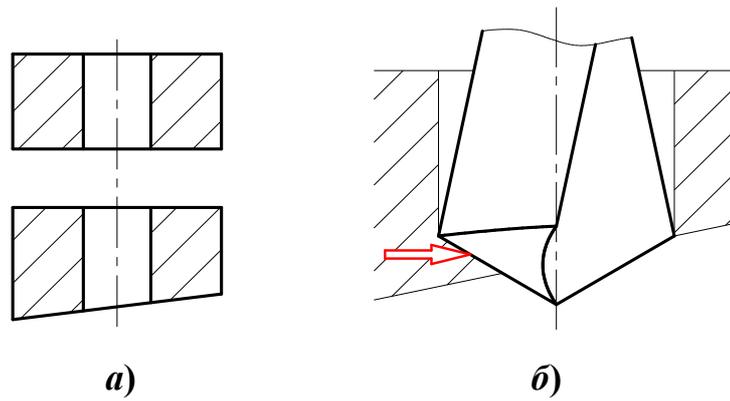


Рис. 4.12. Сверление нетехнологичного отверстия

Крутящий момент резания

$$M = \frac{D + D_0}{2000} P_{z1}, \text{ Н}\cdot\text{м}$$

В общем случае

$$M = \frac{\bar{D}}{2000} z P_{z1}, \text{ Н}\cdot\text{м} \quad (4.38)$$

$$\bar{D} = \begin{cases} D/2 - \text{при сверлении} \\ (D + D_0)/2 - \text{при рассверливании} \\ (D - t) - \text{при зенкерованиях / развертывании} \end{cases}$$

Эффективная мощность резания

$$W_3 = M\omega, \text{ Вт} \quad (4.39)$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \text{ 1/с} \quad (4.40)$$

$$W_3 = \frac{\pi}{30} Mn, \text{ Вт.} \quad (4.41)$$

$[M] = \text{Н}\cdot\text{м}; [n] = \text{об/мин.}$

#### 4.6. Силы и крутящие моменты на многолезвийных инструментах при переменном сечении среза

Встречное фрезерование: проекции векторов  $\vec{v}$  и  $\vec{v}_s$  на оси разнонаправлены.

Попутное фрезерование: проекции векторов  $\vec{v}$  и  $\vec{v}_s$  на оси однонаправлены.

$$\begin{matrix} q = 1 \\ \varepsilon > \tau \end{matrix}$$

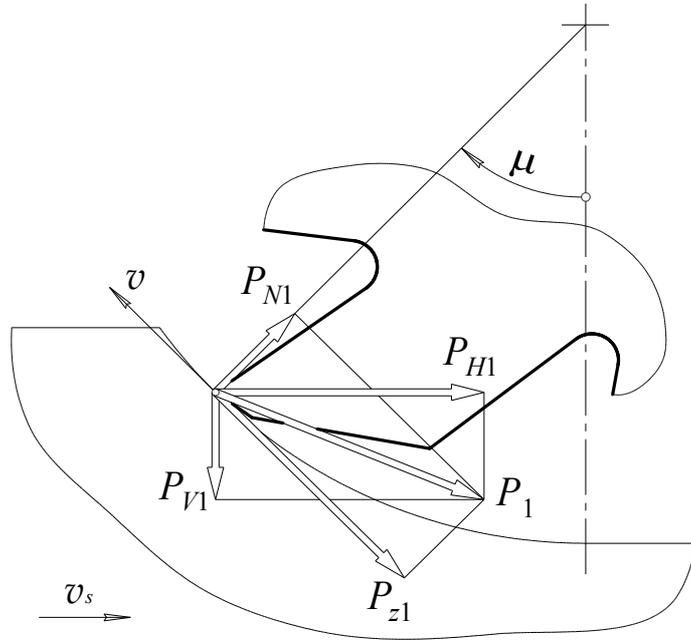


Рис. 4.13. Силы при встречном фрезеровании

$$\left. \begin{aligned} P_{H1} &= P_{z1} \cos \mu + P_{N1} \sin \mu \\ P_{V1} &= P_{z1} \sin \mu - P_{N1} \cos \mu \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

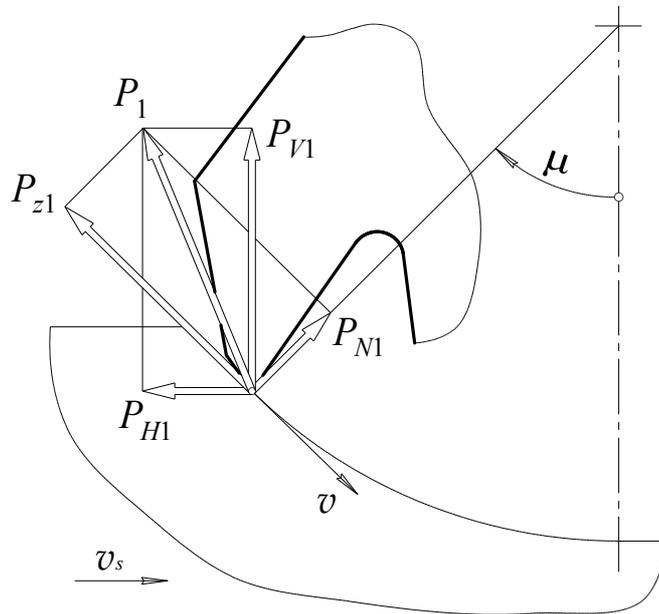


Рис. 4.14. Силы при попутном фрезеровании

$$\left. \begin{aligned} P_{H1} &= P_{z1} \cos \mu - P_{N1} \sin \mu \\ P_{V1} &= P_{z1} \sin \mu + P_{N1} \cos \mu \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

$$M_1 = \frac{D}{2000} P_{z1}, \text{ Н}\cdot\text{м} \quad (4.44)$$

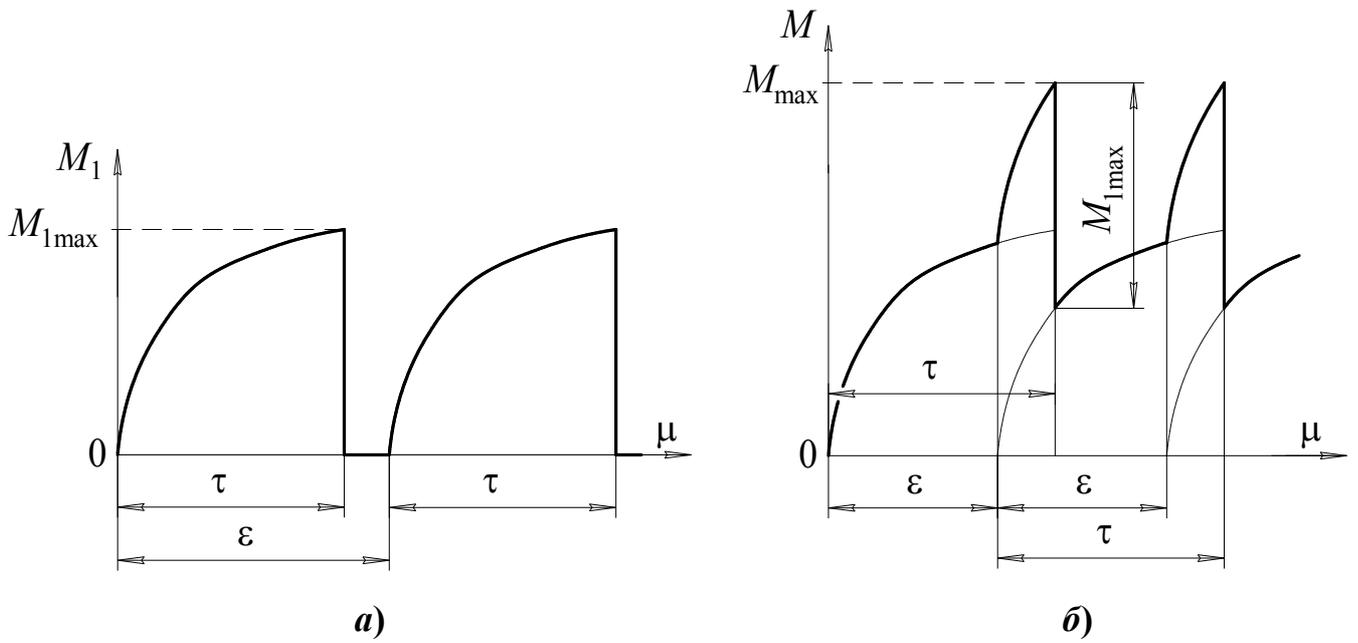


Рис. 4.15. Крутящие моменты на фрезе: *a* – при  $q = 1$ ; *б* – при  $q = 2$

$$\boxed{\begin{matrix} q > 1 \\ \epsilon < \tau \end{matrix}}$$

$$\left. \begin{aligned} P_H &= \sum_{i=1}^q P_{zi} \cos \mu_i \pm \sum_{i=1}^q P_{Ni} \sin \mu_i \\ P_V &= \sum_{i=1}^q P_{zi} \sin \mu_i \mp \sum_{i=1}^q P_{Ni} \cos \mu_i \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

$$M = \frac{D}{2000} \sum_{i=1}^q P_{zi}, \text{ Н}\cdot\text{м} \quad (4.46)$$

Абсолютная неравномерность

$$\Delta_{\text{абс}} = M_{\text{max}} - M_{\text{min}} = M_{1\text{max}} = f(\tau) \quad (4.47)$$

$$\Delta_{\text{абс}} \downarrow \begin{cases} t \downarrow \\ D \uparrow \end{cases}$$

Относительная неравномерность

$$\Delta_{\text{отн}} = \frac{M_{\text{max}} - M_{\text{min}}}{M_{\text{max}}} \cdot 100\% = \frac{M_{1\text{max}}}{M_{\text{max}}} \cdot 100\% = f(q) \quad (4.48)$$

$$q \uparrow \Delta_{\text{отн}} \downarrow$$

#### 4.7. Примеры практического использования расчета сил при резании

- выбор параметров металлорежущего оборудования
- расчет элементов крепления инструмента
- прочностные расчеты инструмента

##### Выбор параметров оборудования

$$W \geq \frac{W_э}{\eta} \quad (4.49)$$

$$P_T \geq P_x + \mu(P_y + P_z + G) \quad (4.50)$$

$$P_T \geq P_H + \mu(P_V + G) \quad (4.51)$$

##### Расчет элементов крепления инструмента

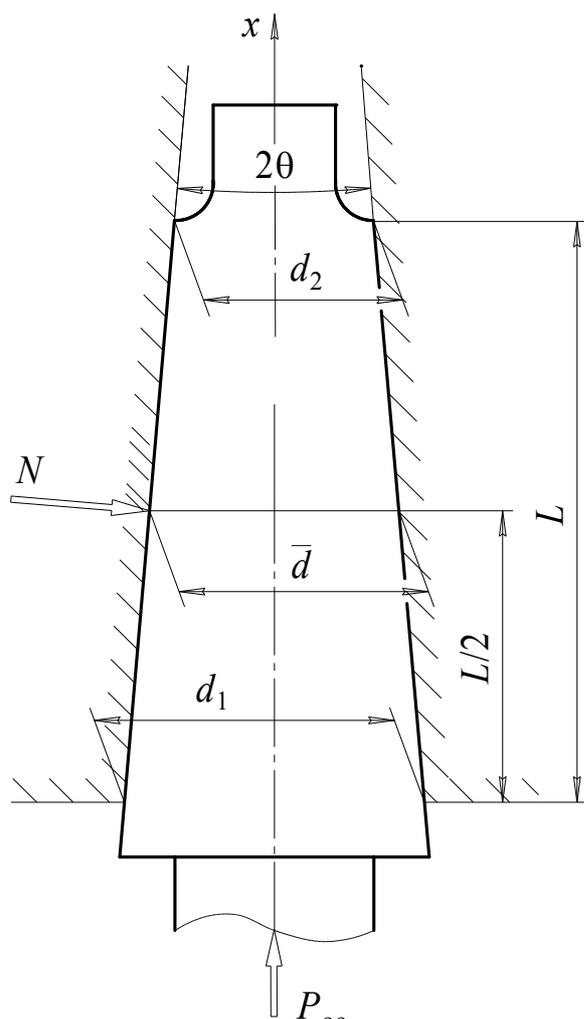


Рис. 4.16. К расчету конического хвостовика

$$M_{тр} > M \quad (4.52)$$

$$F_{тр} = \mu N$$

$$P_{oc} - N \sin \theta = 0 \Rightarrow N = \frac{P_{oc}}{\sin \theta}$$

$$F_{тр} = \mu \frac{P_{oc}}{\sin \theta}$$

$$M_{тр} = F_{тр} \frac{\bar{d}}{2} \cdot 10^{-3} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-4} \frac{\mu \bar{d}}{\sin \theta} P_{oc}, \text{ Н}\cdot\text{м} \quad (4.53)$$

$$\rho = \frac{d_1 - d_2}{L} = 2 \operatorname{tg} \theta$$

$$\operatorname{tg} \theta \approx \sin \theta \Rightarrow \sin \theta \approx \rho / 2$$

$$M_{тр} = 10^{-3} \mu P_{oc} \frac{\bar{d}}{\rho} \quad (4.54)$$

$$M_{тр} = 10^{-3} \mu P_{oc} \frac{\bar{d}}{\rho} (1 - 0,04\Delta), \text{ Н}\cdot\text{м}$$

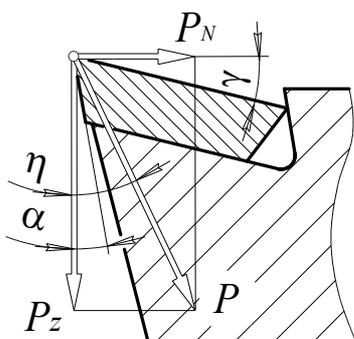
При  $\mu \approx 0,1$  и  $\Delta \approx 10'$

$$M_{\text{тр}} \approx 6 \cdot 10^{-5} P_{\text{oc}} \frac{\bar{d}}{\rho}, \text{ Н}\cdot\text{м} \quad (4.55)$$

$$\frac{\bar{d}}{\rho} > \frac{10^5}{6} \cdot \frac{M}{P_{\text{oc}}}, \text{ мм} \quad (4.56)$$

Таблица 4.1. Геометрическая характеристика конусов Морзе

Конус Морзе №	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{\bar{d}}{\rho}$ , мм	158	220	324	432	547	767	1105



$$\eta = \arctg \frac{P_N}{P_z} > \alpha \quad (4.57)$$

Рис. 4.17. Крепление пластины силами резания

### Расчет инструмента на прочность

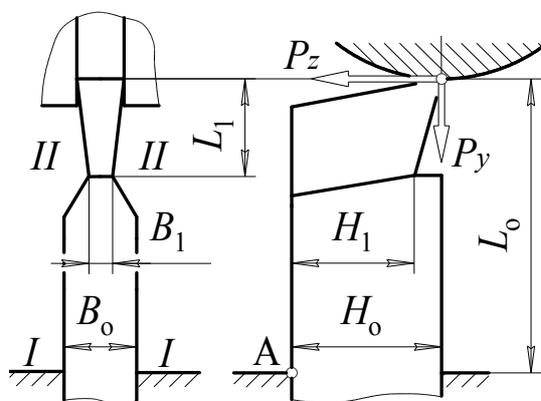


Рис. 4.18. К прочностному расчету отрезного резца

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}}}{w}, \text{ МПа} \quad (4.58)$$

Для сечения I-I

$$M_{\text{и}} = P_z L_0 - P_y H_0$$

$$w = \frac{B_0 H_0^2}{6}$$

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{6}{B_0 H_0^2} (P_z L_0 - P_y H_0) \leq [\sigma_{\text{и}}] \quad (4.59)$$

$$\frac{6L_0}{B_0 H_0^2} P_z \leq [\sigma_{\text{и}}] \quad (4.60)$$

Для сечения II-II

$$\frac{6L_1}{B_1 H_1^2} P_z \leq [\sigma_{\text{и}}] \quad (4.61)$$

## 5. ФОРМОИЗМЕНЕНИЕ ЛЕЗВИЙНОГО ИНСТРУМЕНТА В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ

- изнашивание
- пластическое деформирование

### 5.1. Изнашивание режущего лезвия

- механическое истирание
- абразивный износ
- адгезионный износ
- диффузионный износ
- химический износ
- электроэрозионный износ

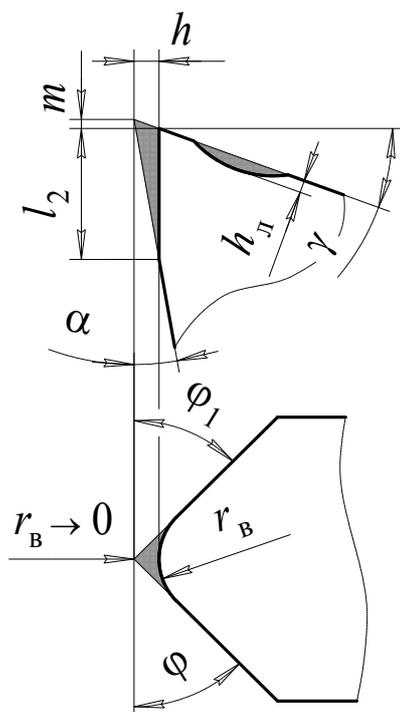


Рис. 5.1. Износ лезвия

$$\frac{l_2 + m}{h} = \text{ctg } \alpha \Rightarrow l_2 = h \text{ctg } \alpha - m$$

$$m = h \text{tg } \gamma$$

$$l_2 = h(\text{ctg } \alpha - \text{tg } \gamma), \text{ мм} \quad (5.1)$$

$$l_2 = h \left( \frac{1}{\text{tg } \alpha} - \text{tg } \gamma \right) = h \frac{1 - \text{tg } \alpha \text{tg } \gamma}{\text{tg } \alpha} \Rightarrow$$

$$h = l_2 \frac{\text{tg } \alpha}{1 - \text{tg } \alpha \text{tg } \gamma}, \text{ мм} \quad (5.2)$$

$$r_B = \frac{h}{2} \left( \text{ctg } \frac{\varphi}{2} \text{ctg } \frac{\varphi_1}{2} - 1 \right), \text{ мм} \quad (5.3)$$

По А.Д. Макарову

$$\tilde{h} = \frac{h}{A} \cdot 10^6, \text{ мм/м}^2 \quad (5.4)$$

$$A = \begin{cases} \pi dL - \text{точение} \\ \pi dL/z - \text{обработка осевым инструментом} \\ BL/z - \text{цилиндрическое фрезерование} \end{cases}$$

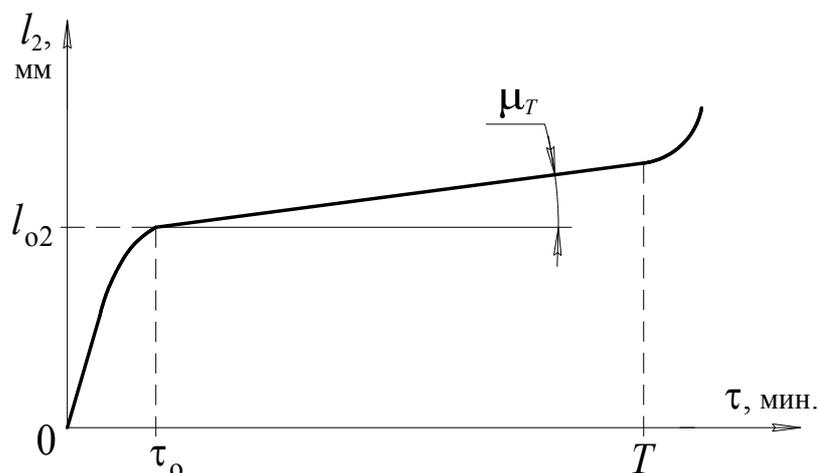


Рис. 5.2. Изменение площадки износа во времени

$$l_2(\tau) = l_{02} + m_l(\tau - \tau_0) \operatorname{tg} \mu_T \quad (5.5)$$

$m_l$  – масштабный коэффициент, мм/мин.

$$T \sim \frac{1}{v^{1/m}}$$

Таблица 5.1. Закон стойкости для основных видов обработки резанием

Вид обработки резанием	Закон стойкости ( $v$ , м/мин)
Точение	$v = \frac{C_v}{T^m t^{x_v} s_0^{y_v}}$
Сверление	$v = \frac{C_v D^{q_v}}{T^m s_0^{y_v}}$
Рассверливание, зенкерование, развертывание	$v = \frac{C_v D^{q_v}}{T^m t^{x_v} s_0^{y_v}}$
Фрезерование	$v = \frac{C_v D^{q_v}}{T^m t^{x_v} s_z^{y_v} B^{u_v} z^{p_v}}$

Критерии затупления лезвия:

- экономический
- точности обработки
- шероховатости обработанной поверхности

### Экономический критерий затупления

$$C = Z_c + Z_n + P, \text{ руб./шт.} \quad (5.6)$$

$$\tau_{\text{оп}} = \tau_m + \tau_{\text{всп}}, \text{ МИН.} \quad (5.7)$$

$$\tau_{\text{оп}} = k\tau_m \quad (k > 1) \quad (5.8)$$

При точении

$$\tau_m = \frac{L_s}{v_s} = \frac{L + y_1 + y_2}{ns_o} = \frac{L + y_1 + y_2}{s_o} \cdot \frac{\pi D_o}{1000v} = \frac{L + y_1 + y_2}{s_o} \cdot \frac{\pi D_o}{1000} \cdot \frac{T^m t^{x_v} s_o^{y_v}}{C_v}$$

$$\tau_m = \frac{L + t(\text{ctg } \varphi + \text{ctg } \varphi_1) \cdot \pi D_o t^{x_v}}{1000 C_v s_o^{1-y_v}} T^m$$

$$\tau_m = MT^m, \text{ МИН.} \quad (5.9)$$

Затраты на оплату труда станочника

$$Z_c = \tau_{\text{оп}} E_c \left( 1 + \frac{HP}{100} \right) = k\tau_m E_c \left( 1 + \frac{HP}{100} \right), \text{ руб./шт.} \quad (5.10)$$

$$Z_c = B_1 MT^m \quad (5.11)$$

$$B_1 = kE_c \left( 1 + \frac{HP}{100} \right), \text{ руб./мин.} \quad (5.12)$$

Затраты на оплату труда наладчика

$$Z_n = \frac{\tau_n E_n}{N_T} \left( 1 + \frac{HP}{100} \right), \text{ руб./шт.} \quad (5.13)$$

$$N_T = \frac{T}{\tau_m}, \text{ шт.} \quad (5.14)$$

$$Z_n = B_2 MT^{m-1} \quad (5.15)$$

$$B_2 = \tau_n E_n \left( 1 + \frac{HP}{100} \right), \text{ руб.} \quad (5.16)$$

Затраты на инструмент, приходящиеся на одно изделие,

$$P = \frac{\tau_m}{T} B_3, \text{ руб./шт.} \quad (5.17)$$

$$B_3 = \begin{cases} \frac{Q + q_3 i_3}{i_3 + 1} - \text{затачиваемый инструмент} \\ \frac{Q}{i_{\text{тр}}} - \text{инструмент с МСП} \end{cases} \quad (5.18)$$

$$P = B_3 M T^{m-1} \quad (5.19)$$

$$C = M(B_1 T^m + (B_2 + B_3) T^{m-1}) \quad (5.20)$$

Минимум себестоимости будет достигаться при

$$\frac{dC}{dT} = M(m B_1 T^{m-1} + (m-1)(B_2 + B_3) T^{m-2}) = 0 \quad (5.21)$$

$$T_{\text{эк}} = \frac{1-m}{m} \cdot \frac{B_2 + B_3}{B_1}, \text{ мин.} \quad (5.22)$$

Из (5.20)

$$C_{\text{min}} = \tau_m \left( B_1 + \frac{B_2 + B_3}{T_{\text{эк}}} \right), \text{ руб./шт.} \quad (5.23)$$

Полный период стойкости (срок службы) инструмента

$$A = \begin{cases} (i_3 + 1)T - \text{затачиваемый инструмент} \\ i_{\text{тр}} T - \text{инструмент с МСП} \end{cases} \quad (5.24)$$

Количество единиц инструмента (сменных пластин), необходимое для обработки  $N$  одинаковых изделий

$$K = \frac{N}{A} \tau_m, \text{ шт.} \quad (5.25)$$

### Критерий точности обработки

$$N_2 \approx 0,25bl_2\sigma_{-B}$$

$$P_N = F_1 \cos \gamma - N_1 \sin \gamma + N_2$$

$$P_y = P_N \cos \varphi$$

$$l_2 \uparrow \quad N_2 \uparrow \quad P_N \uparrow \quad P_y \uparrow$$

При точении

$$\Delta d = 2(h + \delta_P), \text{ мм} \quad (5.26)$$

В начале обработки

$$h \rightarrow 0; \quad l_2 \rightarrow 0; \quad N_2 \rightarrow 0$$

$$P_N|_{h=0} = F_1 \cos \gamma - N_1 \sin \gamma$$

По мере изнашивания лезвия

$$P_N|_{h \neq 0} = F_1 \cos \gamma - N_1 \sin \gamma + N_2$$

$$\Delta P_N = P_N|_{h \neq 0} - P_N|_{h=0} = N_2$$

$$\Delta P_y = \Delta P_N \cos \varphi = N_2 \cos \varphi \approx \frac{bl_2\sigma_{-B}}{4} \cos \varphi \quad (5.27)$$

$$\delta_P = \frac{\Delta P_y}{j} \approx \frac{bl_2\sigma_{-B}}{4j} \cos \varphi \quad (5.28)$$

$$\Delta d \approx 2l_2 \left( \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \gamma} + \frac{b\sigma_{-B}}{4j} \cos \varphi \right), \text{ мм} \quad (5.29)$$

Замену (восстановление) режущего лезвия следует производить, когда

$$\Delta d > c \cdot Td$$

## Критерий шероховатости поверхности

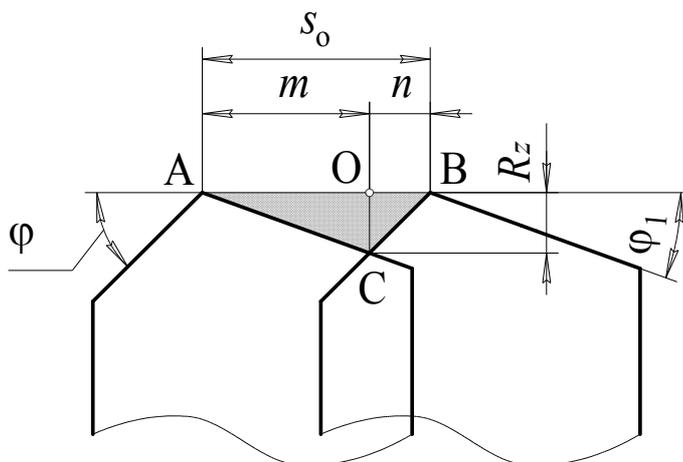


Рис. 5.3. Микрорельеф при работе острозаточенным лезвием

Из  $\triangle AOC$  и  $\triangle BOC$

$$m = R_z \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1$$

$$n = R_z \cdot \operatorname{ctg} \varphi$$

$$m + n = s_0 = R_z(\operatorname{ctg} \varphi + \operatorname{ctg} \varphi_1) \Rightarrow$$

$$R_z = s_0 \frac{\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \varphi_1}, \text{ мм} \quad (5.30)$$

$$\varphi \downarrow \quad \varphi_1 \downarrow \quad R_z \downarrow$$

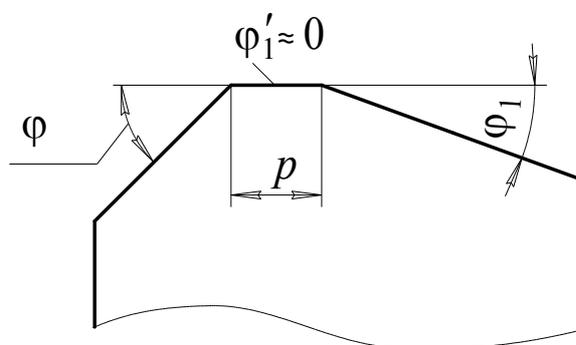


Рис. 5.4. Резец для работы с большой подачей

$$p > s_0$$

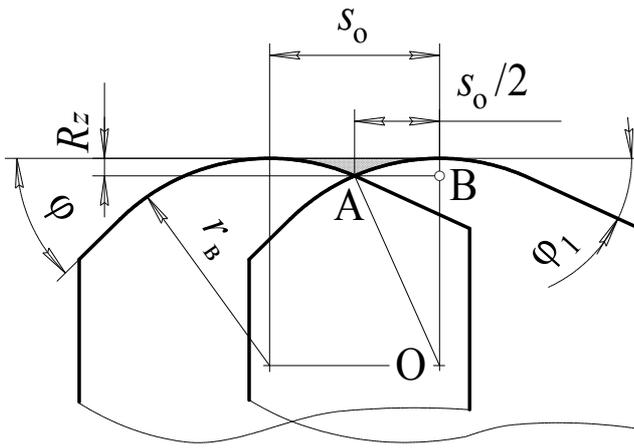


Рис. 5.5. Микрорельеф при работе лезвием с радиусной кромкой ( $r_B > s_0$ )

Из  $\triangle AOB$

$$\overline{OB} = \sqrt{r_B^2 - \frac{s_0^2}{4}}$$

$$R_z = r_B - \overline{OB} = r_B \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{s_0^2}{4r_B^2}} \right) \quad (5.31)$$

$$s_0 < r_B \Rightarrow u = \frac{s_0^2}{4r_B^2} < 1$$

Это позволяет разложить  $\sqrt{1-u}$  в ряд Тейлора

$$\sqrt{1-u} = 1 - \frac{u}{2} - \frac{u^2}{8} - \frac{u^3}{16} - \dots$$

Ограничиваясь двумя членами разложения, получаем

$$\sqrt{1 - \frac{s_0^2}{4r_B^2}} \approx 1 - \frac{s_0^2}{8r_B^2}$$

С учетом последнего соотношения формула (3.31) принимает вид

$$R_z \approx \frac{s_0^2}{8r_B}, \text{ мм} \quad (5.32)$$

**Пример.** С какой наибольшей подачей могут работать острозаточенный резец с углами в плане  $\phi = \phi_1 = 45^\circ$  и резец с радиусом вершины 0,9 мм, если высота микронеровностей обработанной поверхности в обоих случаях не должна превышать 0,05 мм?

## 5.2. Пластическое деформирование режущего лезвия

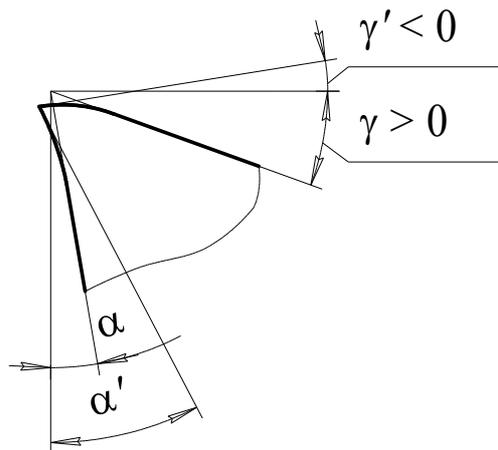


Рис. 5.6. Деформирование режущего лезвия

По Т.Н. Лоладзе запас пластической прочности

$$n_T = \frac{18H_R}{\sqrt{\tau_\Phi^2 + \tau_s^2}} \quad (5.33)$$

По исследованиям Н.Н.Зорева

$$\tau_\Phi = \frac{0,6\sigma_B}{1 - 1,7\psi_B}$$

$\psi_B$  – относительное сужение обрабатываемого материала при разрыве

Для большинства сталей

$$\psi_B \approx 0,2 \Rightarrow \tau_\Phi \approx 0,9\sigma_B$$

$$F_1 \approx 0,625bl_1\tau_s$$

$$f_1 = \frac{F_1}{bl_1} \approx 0,625\tau_s \Rightarrow \tau_s \approx 1,6f_1$$

$$n_T = \frac{20H_R}{\sqrt{\sigma_B^2 + 3,16f_1^2}} \quad (5.34)$$

## 6. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА РЕЗАНИЯ

элементы режима резания  $\left\{ \begin{array}{l} \text{глубина } t \\ \text{подача } s \\ \text{скорость } v \end{array} \right.$

оптимизируемые элементы режима резания  $\left\{ \begin{array}{l} \text{подача } s \\ \text{скорость } v \end{array} \right.$



Ограничение по мощности привода главного движения

$$W \geq \frac{W_3}{\eta} \quad (6.1)$$

$$W_3 = \frac{P_z v}{60} = \frac{v}{60} C_{pz} t^{x_{pz}} s^{y_{pz}} v^{z_{pz}} = \frac{C_{pz} t^{x_{pz}}}{60} s^{y_{pz}} v^{1+z_{pz}}$$

$$W \geq \frac{C_{pz} t^{x_{pz}}}{60\eta} s^{y_{pz}} v^{1+z_{pz}}$$

$$s^{y_{pz}} v^{1+z_{pz}} \leq \frac{60\eta W}{C_{pz} t^{x_{pz}}} \quad (6.2)$$

Тривиальные ограничения

$$\left. \begin{array}{l} s_{\min} \leq s \leq s_{\max} \\ n_{\min} \leq n \leq n_{\max} \end{array} \right\} \quad (6.3)$$

$$\left. \begin{array}{l} s_{\min} \leq s \leq s_{\max} \\ \frac{\pi D_o n_{\min}}{1000} \leq v \leq \frac{\pi D_o n_{\max}}{1000} \end{array} \right\} \quad (6.4)$$

Ограничение по стойкости инструмента

$$T \geq [T] \quad (6.5)$$

$$v = \frac{C_v}{T^m t^{x_v} s^{y_v}}$$

$$T^m = \frac{C_v}{t^{x_v} s^{y_v} v} \geq [T]^m$$

$$s^{y_v} v \leq \frac{C_v}{t^{x_v} [T]^m} \quad (6.6)$$

Метод линейного программирования

$$y_{pz} \ln s + (1 + z_{pz}) \ln v \leq c_w \quad (6.7)$$

$$c_w = \ln \left( \frac{60\eta W}{C_{pz} t^{x_{pz}}} \right)$$

Новые переменные

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \ln s \\ x_2 &= \ln v \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

С учетом (6.8) неравенство (6.7) приобретает линейный вид

$$y_{pz} x_1 + (1 + z_{pz}) x_2 \leq c_w \quad (6.9)$$

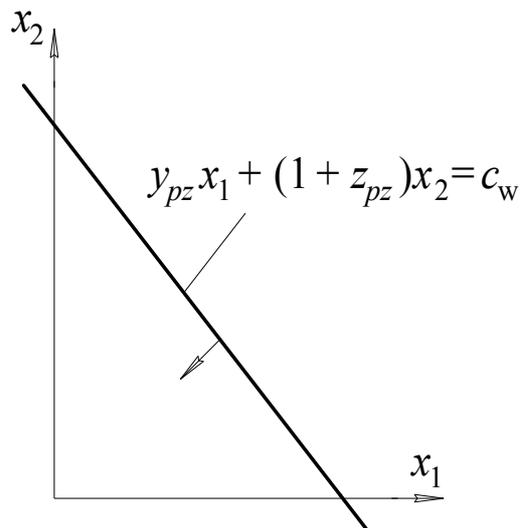


Рис. 6.1. Неравенство (6.9) на координатной плоскости

$$y_v x_1 + x_2 \leq c_T \quad (6.10)$$

$$c_T = \ln \left( \frac{C_v}{t^{x_v} [T]^m} \right)$$

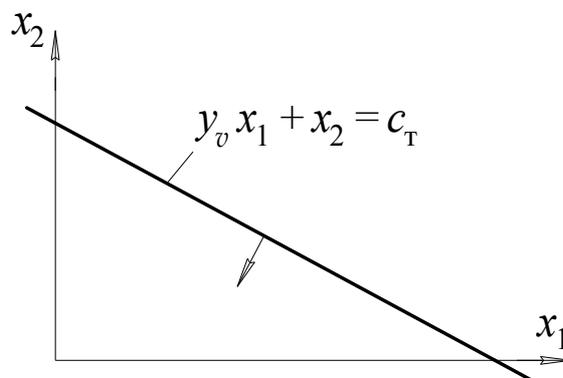


Рис. 6.2. Неравенство (6.10) на координатной плоскости

$$\left. \begin{aligned} x_{1 \min} &\leq x_1 \leq x_{1 \max} \\ x_{2 \min} &\leq x_2 \leq x_{2 \max} \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

$$x_{2 \min} = \ln\left(\frac{\pi D_o n_{\min}}{1000}\right)$$

$$x_{2 \max} = \ln\left(\frac{\pi D_o n_{\max}}{1000}\right)$$

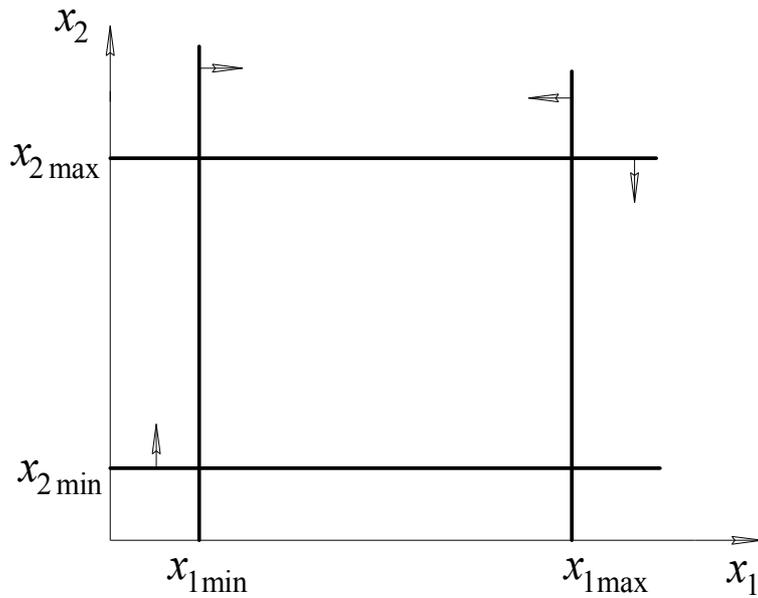


Рис. 6.3. Система неравенств (6.11) на координатной плоскости

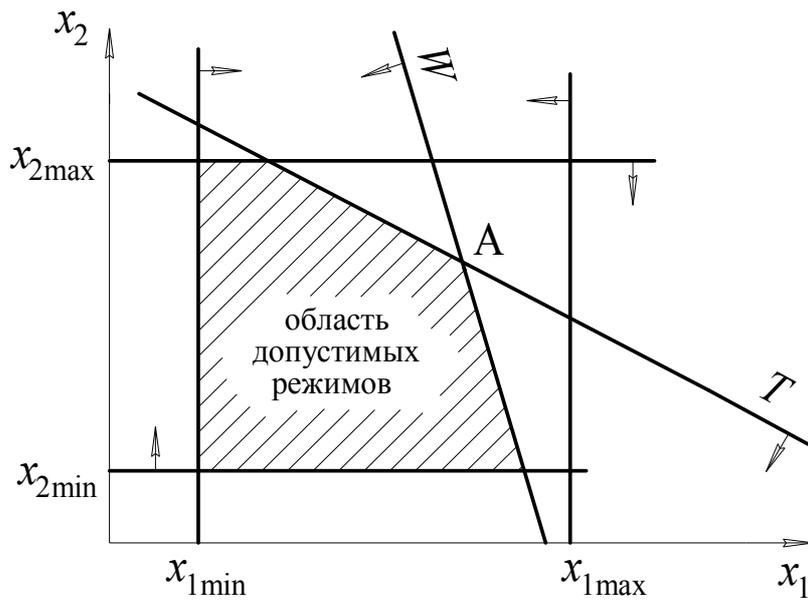
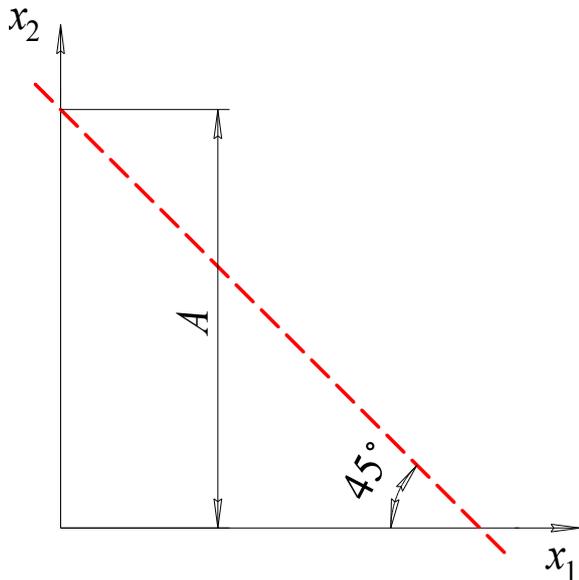


Рис. 6.4. Область допустимых режимов резания

целевые функции оптимизации  $\begin{cases} \Pi \rightarrow \max \\ C \rightarrow \min \end{cases}$



$$\Pi = tsv \rightarrow \max$$

$$sv \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad (6.12)$$

$$x_1 + x_2 = A \quad (6.13)$$

$$x_2 = -x_1 + A$$

$$k = -1 \Rightarrow \mu = 135^\circ$$

Рис. 6.5. Функция (6.13) на координатной плоскости

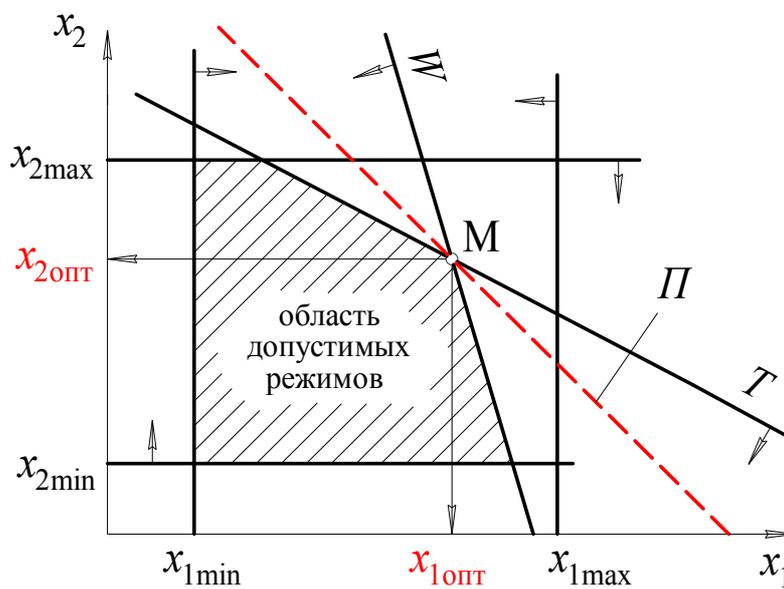


Рис. 6.6. Пример графического решения задачи оптимизации

$$\left. \begin{aligned} s_{\text{опт}} &= e^{x_{1\text{опт}}} \\ v_{\text{опт}} &= e^{x_{2\text{опт}}} \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$