# ТЕОРИЯ РЕЗАНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Технологические особенности процесса резания:

– универсальность
– гибкость
– доступность зоны формообразования
– экономичность

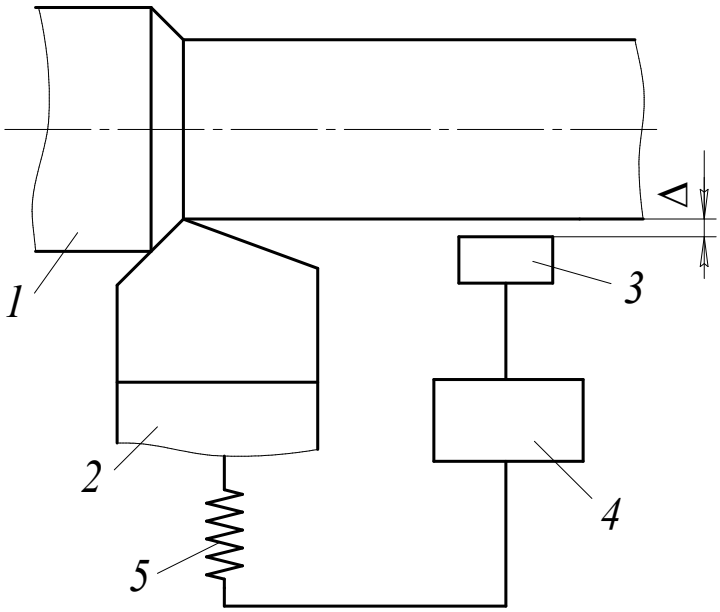



Рис. В.1. Схема активного контроля

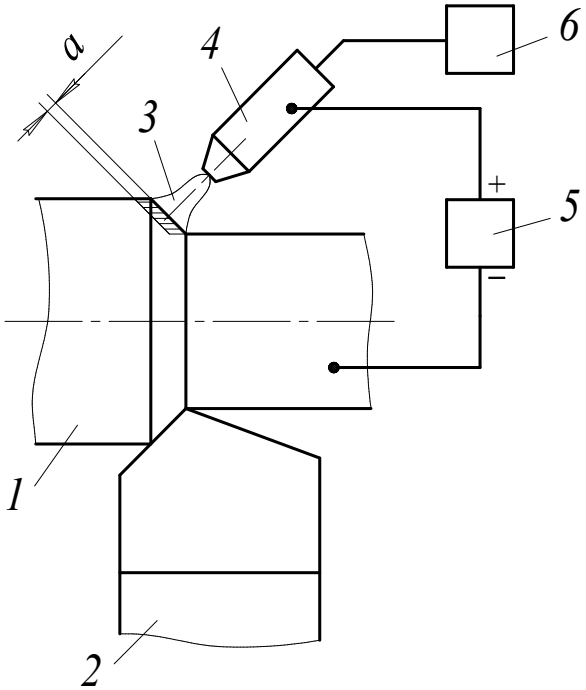



Рис. В.2. Схема плазменно-механической обработки

© Резников Лев Аронович
www.levrez.ru | control@levrez.ru

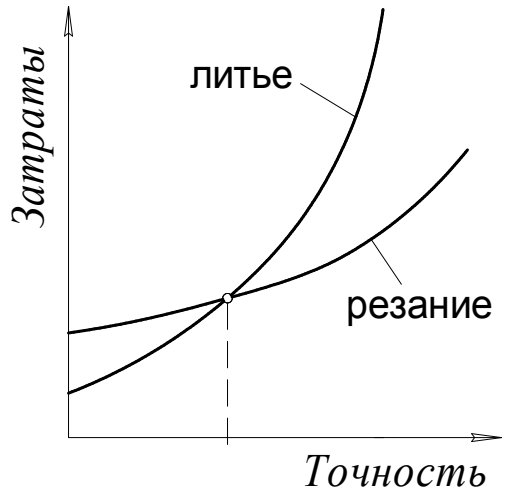



Рис. В.3. Сравнительная экономичность процессов резания и литья

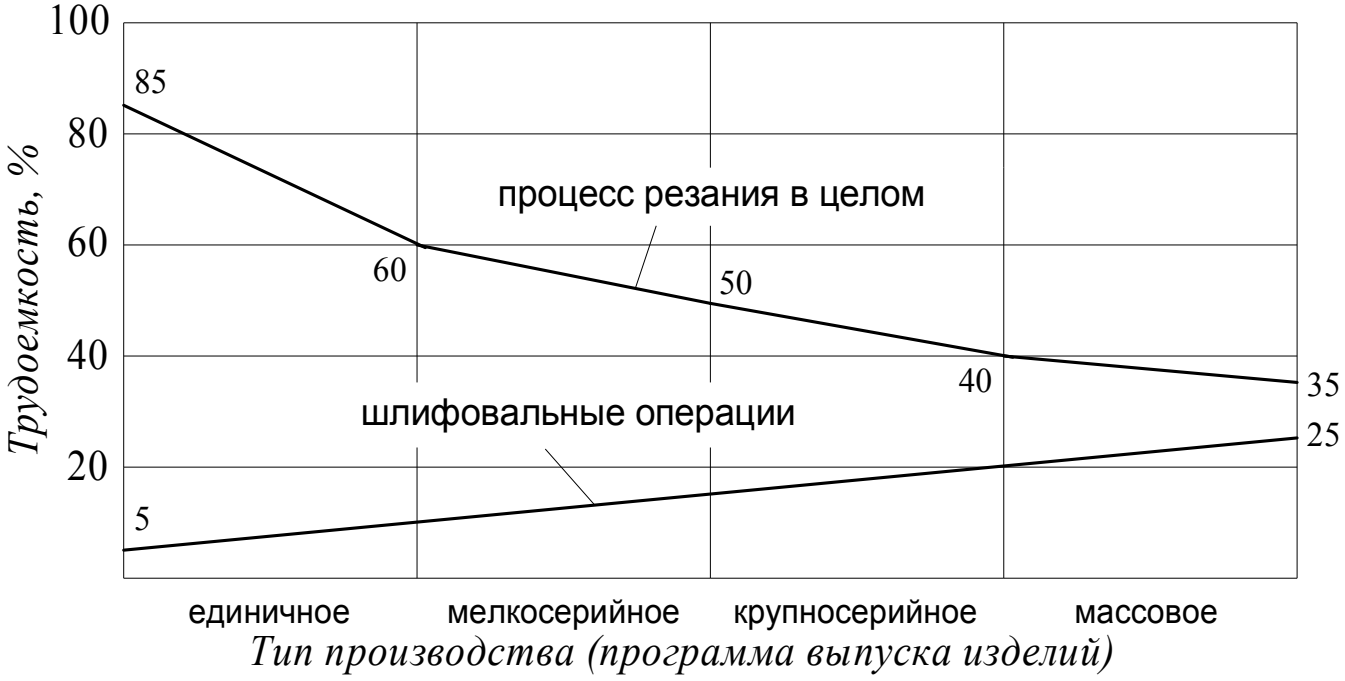



Рис. В.4. Трудоемкость процесса резания в зависимости от типа производства

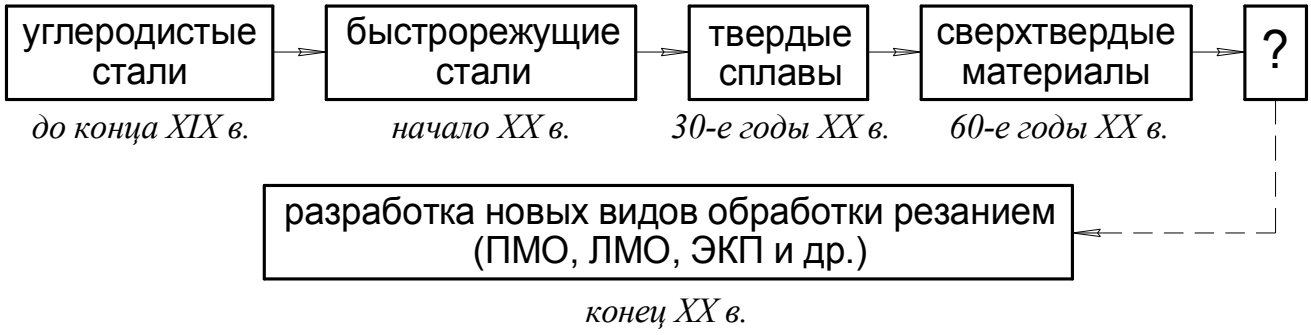



Рис. В.5. Схема совершенствования инструментальных материалов

# 1. ПАРАМЕТРЫ СРЕЗАЕМОГО СЛОЯ

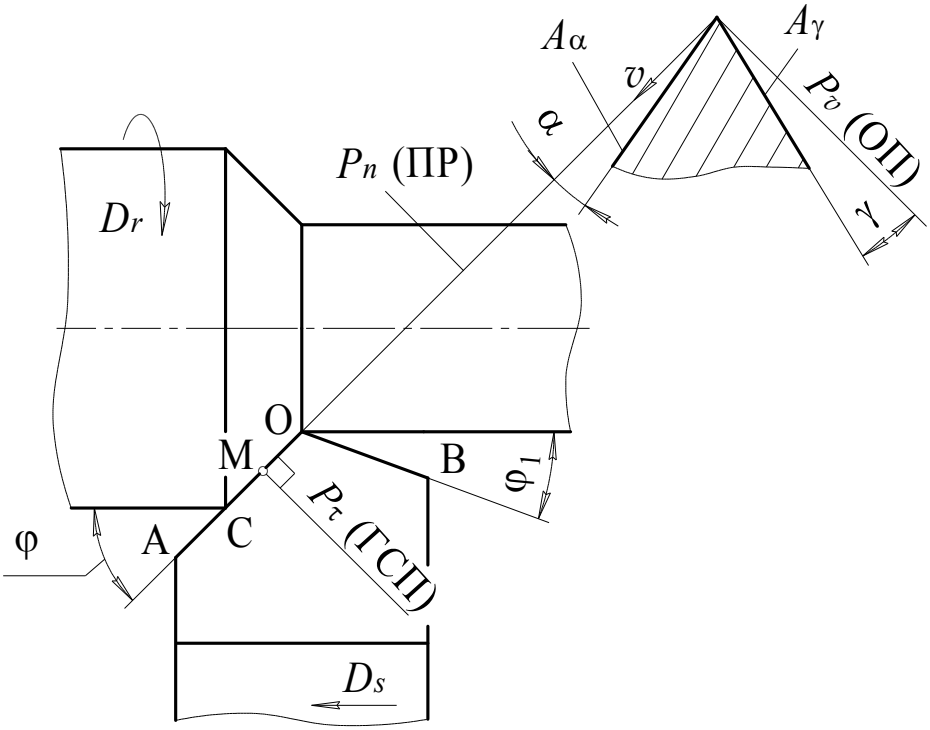



Рис. 1.1. Геометрия режущей части токарного резца

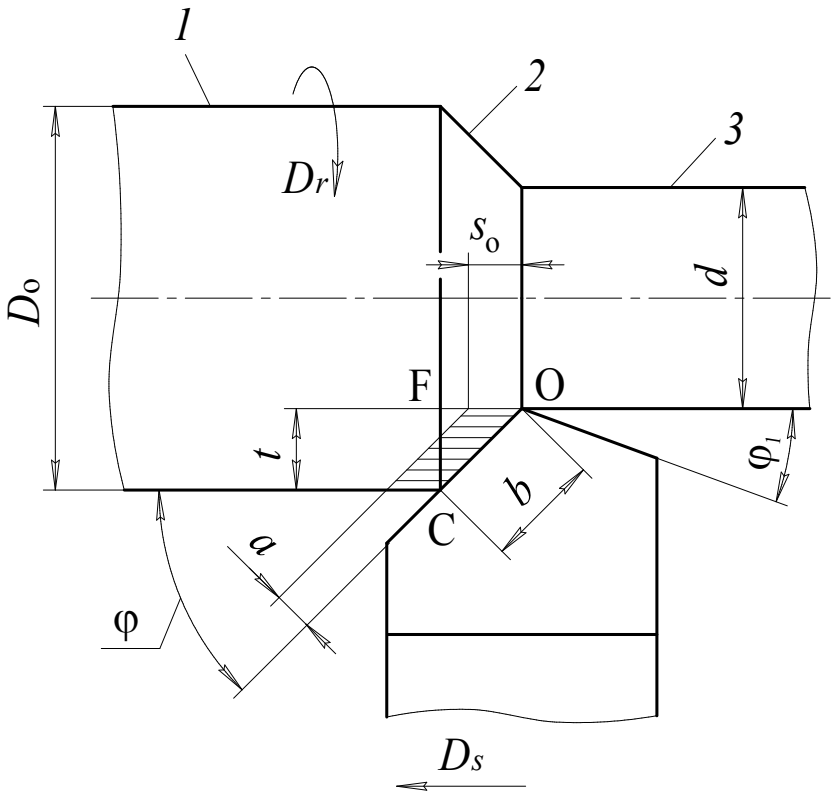



Рис. 1.2. Схема срезания припуска при продольном точении

$$t = (D_o - d)/2, \text{ мм} \tag{1.1}$$

$$b = \frac{t}{\sin\varphi}, \text{ мм} \tag{1.2}$$

$$a = s_o \cdot \sin\varphi, \text{ мм} \tag{1.3}$$

$$f = s_o t = ab, \text{ мм}^2 \tag{1.4}$$

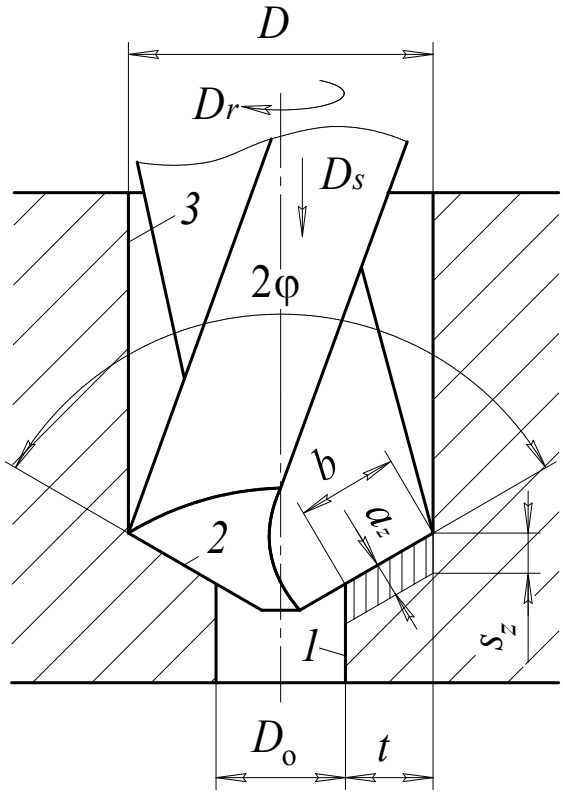



Рис. 1.3. Схема срезания припуска при сверлении

$$t = (D - D_o)/2, \text{ мм} \tag{1.5}$$

$$a_z = s_z \sin\varphi, \text{ мм} \tag{1.6}$$

$$s_z = \frac{s_o}{z}, \text{ мм/зуб} \tag{1.7}$$

$$f_z = s_z t = a_z b, \text{ мм}^2 \tag{1.8}$$

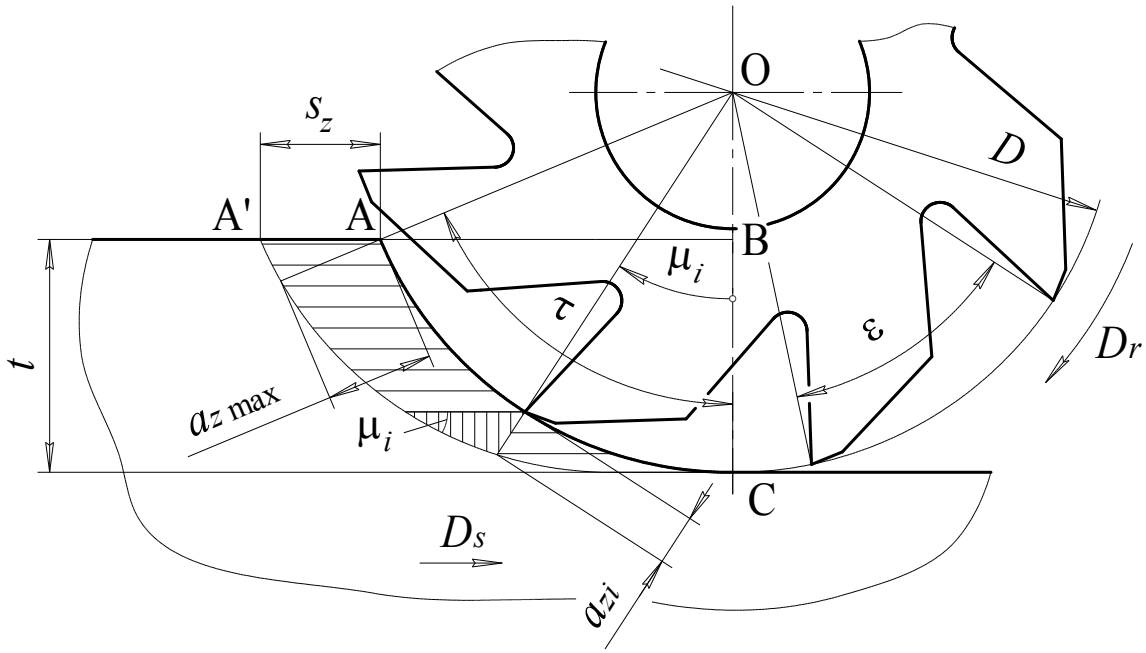



Рис. 1.4. Схема срезания припуска при цилиндрическом фрезеровании

$$a_{zi} = s_z \sin \mu_i \text{, мм} \tag{1.9}$$

$$f_\mu = b\sum_{i=1}^{q} a_{zi} = bs_z \sum_{i=1}^{q} \sin \mu_i \text{, мм}^2 \tag{1.10}$$

$$q = \left[\frac{\tau}{\varepsilon} + 1\right] \tag{1.11}$$

$$\varepsilon = \frac{360^\circ}{z} \text{, град.} \tag{1.12}$$

$$\cos\tau = \frac{|\mathrm{OB}|}{|\mathrm{OA}|} = \frac{0{,}5D - t}{0{,}5D} = 1 - \frac{2t}{D} \tag{1.13}$$

$$\cos\tau = 1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - \ldots \tag{1.14}$$

$$\tau = 2\sqrt{\frac{t}{D}}\text{, рад.} \tag{1.15}$$

$$\tau = \frac{360}{\pi}\sqrt{\frac{t}{D}} \text{, град.} \tag{1.16}$$

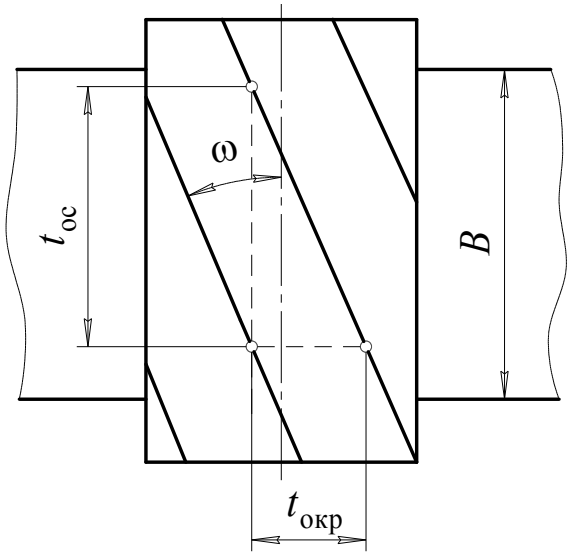
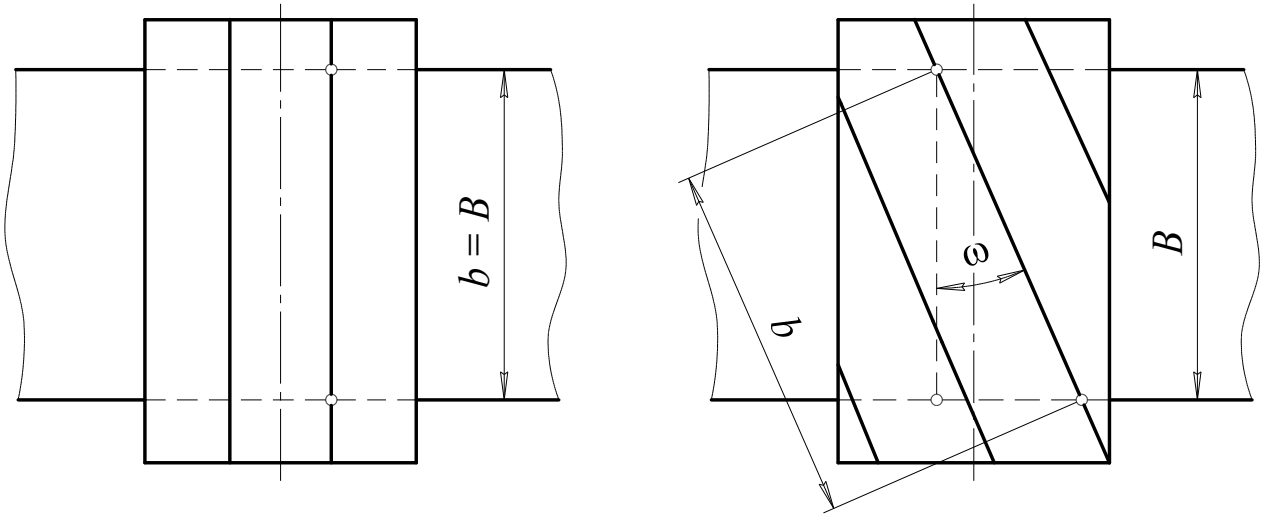



Рис.1.5. Развертка фрезы с винтовым зубом

$$t_{окр} = \frac{\pi D}{z}, \text{ мм} \tag{1.17}$$

$$t_{ос} = \frac{\pi D}{z} \operatorname{ctg} \omega, \text{ мм} \tag{1.18}$$




***а*)** ***б*)**

Рис.1.6. Ширина среза на прямозубой фрезе (*а*) и фрезе с винтовым зубом (*б*)

$$b = \frac{B}{\cos \omega}, \text{ мм} \tag{1.19}$$

Дуга контакта зуба с обрабатываемым материалом

$$L = \frac{D}{2}\tau = \sqrt{tD}\text{, мм} \qquad (1.20)$$

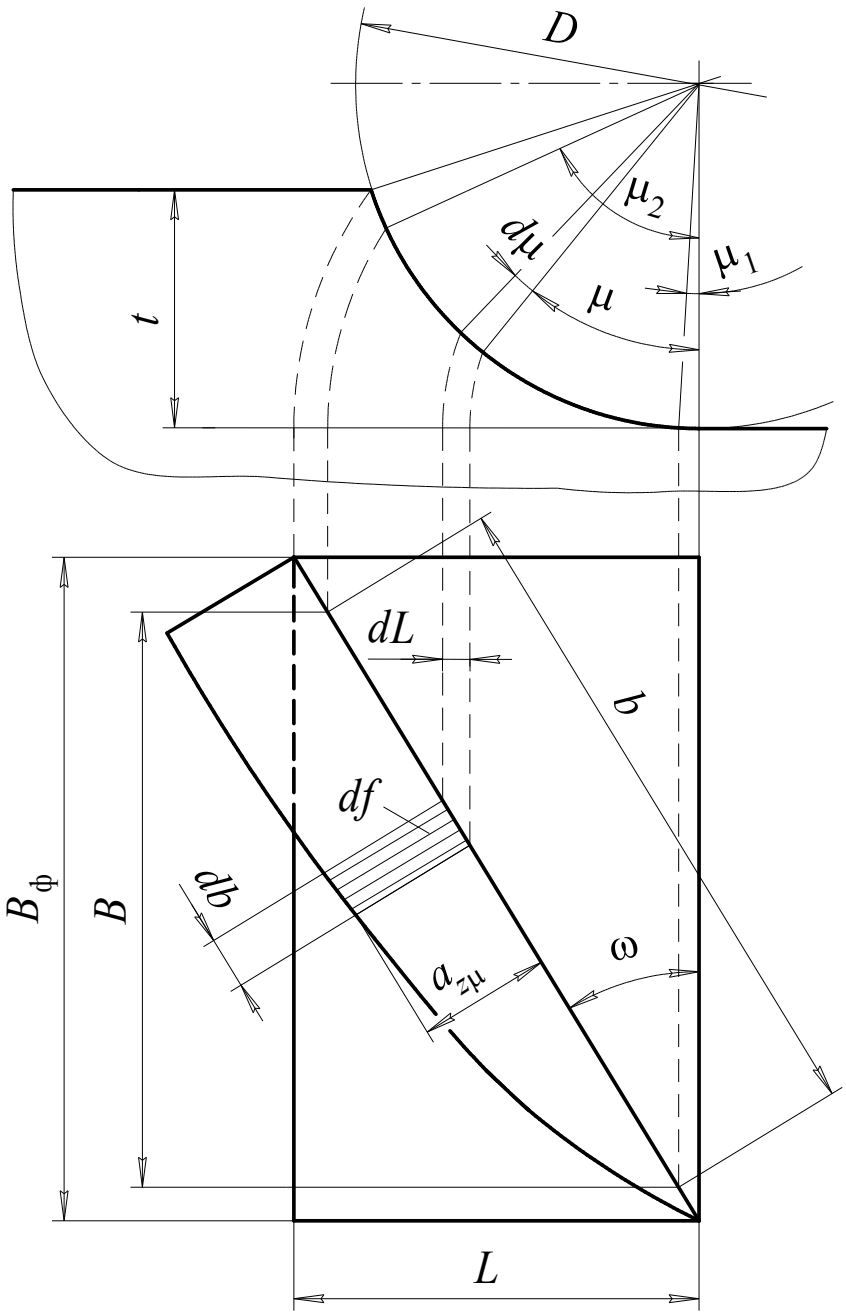



Рис. 1.7. Срез на винтовом зубе фрезы

В соответствии с (1.9)

$$a_{z\mu} = s_z \sin\mu \qquad (1.21)$$

Элементарное сечение среза

$$df = a_{z\mu} db \tag{1.22}$$

$$db = \frac{dL}{\sin\omega} \tag{1.23}$$

$$dL = \frac{D}{2} d\mu \tag{1.24}$$

$$df = \frac{s_z D}{2\sin\omega} \sin\mu \cdot d\mu \tag{1.25}$$

Сечение среза, снимаемое одним зубом за время контакта,

$$f_z = \frac{s_z D}{2\sin\omega} \int_{\mu_1}^{\mu_2} \sin\mu \cdot d\mu = \frac{s_z D}{2\sin\omega} (\cos\mu_1 - \cos\mu_2) \tag{1.26}$$

Если одновременно работают $q$ зубьев, суммарное мгновенное сечение среза

$$f_\mu = \sum_{i=1}^{q} f_{zi} = \frac{s_z D}{2\sin\omega} \sum_{i=1}^{q} (\cos\mu_{1i} - \cos\mu_{2i}), \text{ мм}^2 \tag{1.27}$$

$f_\mu$ = const, если

$$\frac{B}{t_{\text{ос}}} = k, \quad \text{где } k \in \boldsymbol{N} \tag{1.28}$$

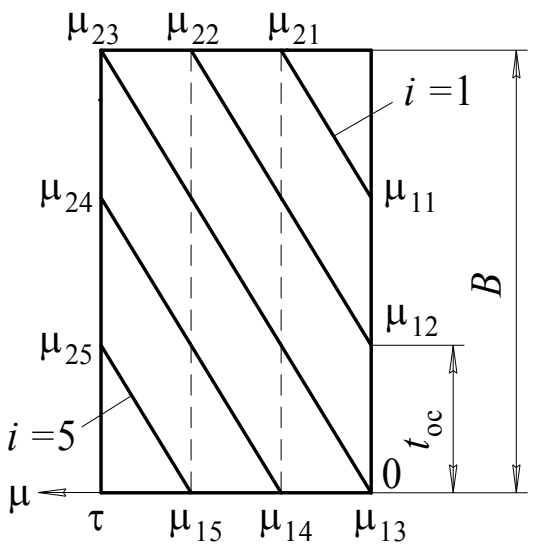



Рис. 1.8. О равномерном фрезеровании при $k = 3$

$$f = \frac{s_z D}{2\sin\omega}(\cos\mu_{11} - \cos\mu_{21} + \cos\mu_{12} - \cos\mu_{22} + \cos\mu_{13} - \cos\mu_{23} + \cos\mu_{14} -$$
$$- \cos\mu_{24} + \cos\mu_{15} - \cos\mu_{25})$$

$$\begin{cases} \mu_{11} = \mu_{12} = \mu_{13} = 0; \\ \mu_{23} = \mu_{24} = \mu_{25} = \tau; \\ \mu_{14} = \mu_{21}; \\ \mu_{15} = \mu_{22} \end{cases}$$

$$f = \frac{s_z D}{2\sin\omega}(1 - \cancel{\cos\mu_{21}} + 1 - \cancel{\cos\mu_{22}} + 1 - \cos\tau + \cancel{\cos\mu_{14}} - \cos\tau + \cancel{\cos\mu_{15}} - \cos\tau) =$$

$$= \frac{s_z D}{2\sin\omega} \cdot 3(1 - \cos\tau) \qquad (1.29)$$

С учетом (1.13)

$$f = k\frac{ts_z}{\sin\omega}, \text{ мм}^2 \qquad (1.30)$$

$$B_{\min} = t_{\text{oc}} = \frac{\pi D}{z}\operatorname{ctg}\omega, \text{ мм} \qquad (1.31)$$

$$\left.\begin{aligned} kB_{\min} &\approx mH \\ kB_{\min} &< B_{\text{ф}} \end{aligned}\right\} \qquad (1.32)$$

$m$ – количество одновременно фрезеруемых заготовок; $H$ – ширина заготовки, мм

***Пример.*** *Цилиндрическая фреза диаметром 100 мм и шириной 250 мм имеет двенадцать винтовых зубьев с углом подъема 30°. Сколько заготовок шириной 30 мм надо обрабатывать одновременно, чтобы фрезерование было равномерным и наиболее производительным?*

Производительность процесса резания:

– при точении и обработке отверстий осевым инструментом

$$П = ts_{\text{o}}v, \text{ см}^3/\text{мин.} \qquad (1.33)$$

– при фрезеровании

$$П = ts_{\text{o}}v\frac{B}{\pi D}, \text{ см}^3/\text{мин.} \qquad (1.34)$$

$[t]$ = мм; $[s_{\text{o}}]$ = мм/об; $[v]$ = м/мин.

# 2. КИНЕМАТИКА РЕЗАНИЯ ЛЕЗВИЙНЫМИ ИНСТРУМЕНТАМИ

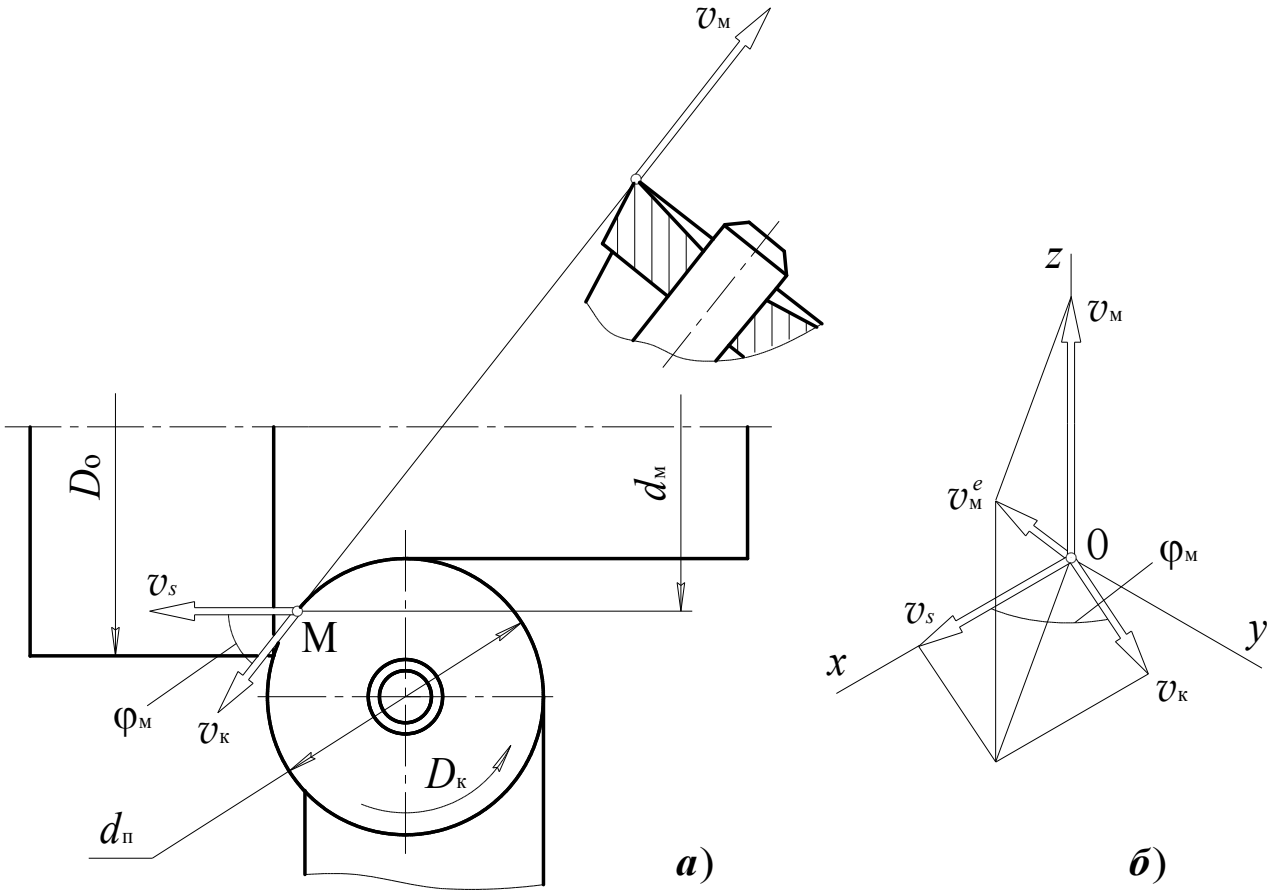



Рис.2.1. К расчету абсолютной скорости точки режущей кромки инструмента

$$\vec{v}_м^e = \vec{v}_м + \vec{v}_s + \vec{v}_к \tag{2.1}$$

$$\left.\begin{aligned} v_x^e &= v_s + v_к \cos\varphi_м; \\ v_y^e &= v_к \sin\varphi_м; \\ v_z^e &= v_м \end{aligned}\right\} \tag{2.2}$$

$$v_м^e = \sqrt{(v_x^e)^2 + (v_y^e)^2 + (v_z^e)^2} = \sqrt{v_м^2 + v_s^2 + v_к^2 + 2v_s v_к \cos\varphi_м} \tag{2.3}$$

Вектор $\vec{v}_м^e$ составляет с осью $OX$ угол

$$\cos\mu_x = \frac{v_x^e}{v_м^e} = \frac{v_s + v_к \cos\varphi_м}{\sqrt{v_м^2 + v_s^2 + v_к^2 + 2v_s v_к \cos\varphi_м}} \tag{2.4}$$

Скорость главного движения

$$v_{\text{м}} = \frac{\pi d_{\text{м}} n}{1000}, \text{ м/мин.} \tag{2.5}$$

$[d_{\text{м}}]$ = мм; $[n]$ = об/мин.

$$v = \frac{\pi D_{\text{о}} n}{1000}, \text{ м/мин.} \tag{2.6}$$

$$v = \frac{\pi D n}{1000}, \text{ м/мин.} \tag{2.7}$$

Скорость движения подачи

$$v_s = s_{\text{о}} n, \text{ мм/мин.} \tag{2.8}$$

$$v_s = s_z z n, \text{ мм/мин.} \tag{2.9}$$

Скорость независимого движения режущей кромки

$$v_{\text{к}} = \pi d_{\text{п}} n_{\text{п}}, \text{ мм/мин.} \tag{2.10}$$

$[d_{\text{п}}]$ = мм; $[n_{\text{п}}]$ = об/мин.

$v_{\text{к}} = 0$; $\varphi_{\text{м}} = \text{const} \rightarrow$ обычное резание

$$\vec{v}_{\text{м}}^{e} = \vec{v}_{\text{м}} + \vec{v}_s \tag{2.11}$$

$$v_{\text{м}}^{e} = \sqrt{v_{\text{м}}^2 + v_s^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi d_{\text{м}} n}{1000}\right)^2 + \left(\frac{s_{\text{о}} n}{1000}\right)^2} = \frac{n}{1000}\sqrt{\pi^2 d_{\text{м}}^2 + s_{\text{о}}^2}, \text{ м/мин.} \tag{2.12}$$

$$s_{\text{о}} << \pi d_{\text{м}} \Rightarrow v_{\text{м}}^{e} \approx \frac{\pi d_{\text{м}} n}{1000} = v_{\text{м}}$$

Машинное время

$$\tau_{\text{м}} = \frac{L_s}{v_s}, \text{ мин.} \tag{2.13}$$

$$L_s = L + y_1 + y_2, \text{ мм} \tag{2.14}$$

$$\frac{t}{y_1} = \operatorname{tg}\varphi \Rightarrow y_1 = t \operatorname{ctg}\varphi \tag{2.15}$$

$$\frac{t}{y_2} = \operatorname{tg}\varphi_1 \Rightarrow y_2 = t \operatorname{ctg}\varphi_1 \tag{2.16}$$

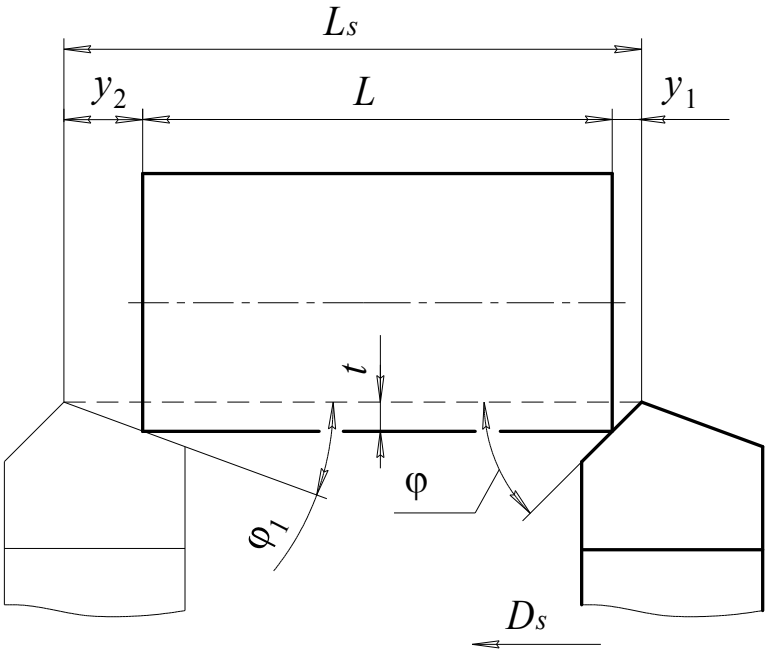



Рис. 2.2. Врезáние и перебег при точении «напроход»

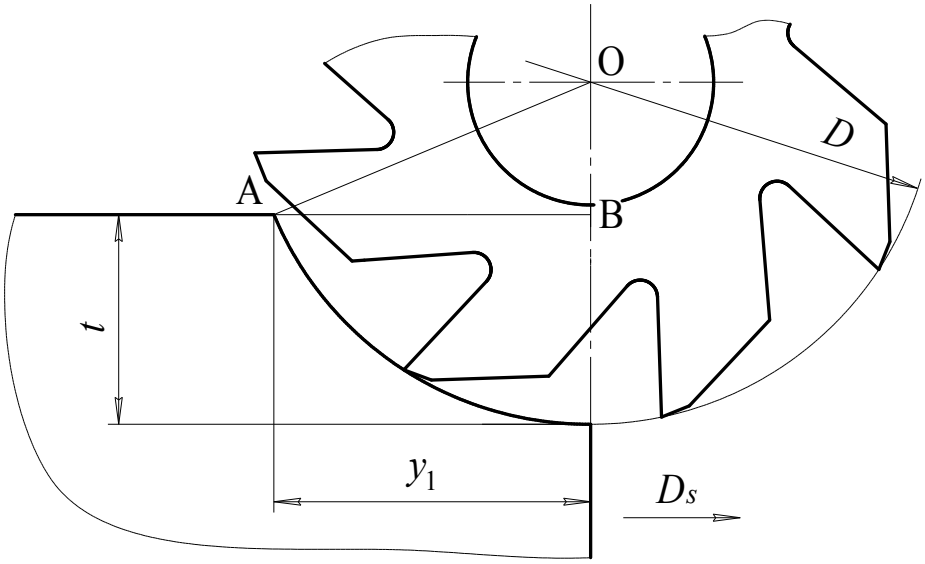



Рис. 2.3. Врезание при цилиндрическом фрезеровании

$$y_1 = \sqrt{(0{,}5D)^2 - (0{,}5D - t)^2} = \sqrt{t(D - t)} \qquad (2.17)$$

**Таблица 2.1. Теоретические значения врезания и перебега при обработке резанием**

| Вид обработки резанием | Врезание $y_1$, мм | Перебег $y_2$, мм |
|---|---|---|
| Точение «напроход», подрезка торца | $t\,\mathrm{ctg}\varphi$ | $t\,\mathrm{ctg}\varphi_1$ |
| Другие виды точения, сверление, зенкерование, развертывание | | 0 |
| Фрезерование цилиндрическое | $\sqrt{t(D-t)}$ | |

# 3. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБРАБОТКИ ЗАГОТОВОК АБРАЗИВНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

Компоненты режущей части абразивного инструмента:

– зёрна
- высокотвёрдые
  - корунд
  - карбид кремния
- сверхтвёрдые
  - природный алмаз
  - синтетический алмаз
  - кубический нитрид бора

– связка
- неорганическая
  - бариевое стекло
  - огнеупорная глина
- органическая
  - бакелит
  - вулканит
  - эпоксидная смола
- металлическая
  - алюминий
  - оловянистая бронза

– воздушные поры

$$V = V_з + V_с + V_п \tag{3.1}$$

Основные характеристики зёрен:

● относительный объем

$$\rho_з = \frac{V_з}{V} \cdot 100\% \tag{3.2}$$

● концентрация

$$K = 4\rho_з = 400\frac{V_з}{V}, \% \tag{3.3}$$

● коэффициент изометричности

$$\lambda = \frac{d_з}{x} \tag{3.4}$$

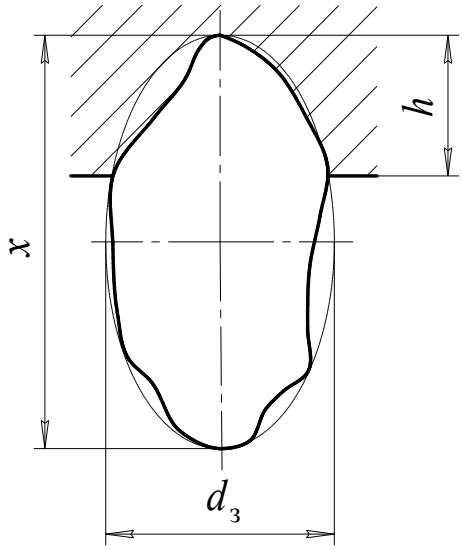



Рис. 3.1. Абразивное зерно

$$\lambda = 0{,}4...0{,}8 \Rightarrow \overline{\lambda} \approx 0{,}6$$

● распределение размеров зёрен

Основная фракция должна составлять не менее 70% всего объема зёрен, т.е.

$$p(\overline{x}) \geq 0{,}7$$

$$V_{\overline{x}} = \frac{1}{6}\pi d_з^2 \overline{x} = \frac{1}{6}\pi\lambda^2 \overline{x}^3, \text{ мм}^3 \tag{3.5}$$

Из (3.2) при $V = 1$ мм$^3$

$$V_{з1} = \frac{\rho_з}{100}, \text{ мм}^3 \tag{3.6}$$

Средневероятное число зёрен:

– в 1 мм$^3$ режущей части абразивного инструмента

$$n_V = \frac{V_{з1}}{V_{\overline{x}}} = \frac{3\rho_з}{50\pi\lambda^2} \cdot \frac{1}{\overline{x}^3}, \text{ шт./мм}^3 \tag{3.7}$$

– на 1 мм$^2$ поверхности инструмента

$$n_{\text{о}} = n_V^{2/3} = \left(\frac{3\rho_{\text{з}}}{50\pi\lambda^2}\right)^{2/3} \cdot \frac{1}{\bar{x}^2}, \text{ шт./мм}^2 \tag{3.8}$$

– участвующих в процессе резания

$$n_{\text{р}} = n_{\text{о}}(1-\varepsilon)\xi, \text{ шт./мм}^2 \tag{3.9}$$

$$\varepsilon = \frac{h_{\text{к}}}{\bar{x}} \tag{3.10}$$

$h_{\text{к}}$ – критическая заделка зерна, мм

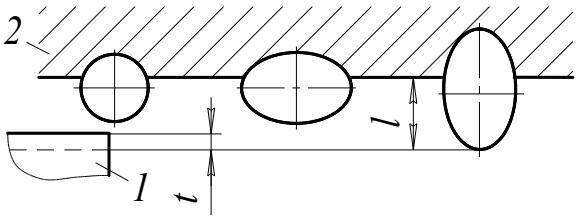



Рис. 3.2. К вопросу о количестве работающих зёрен

$$\xi = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{1}{\rho_{\text{з}}(1-\varepsilon)^3} \cdot \frac{w}{v}} \tag{3.11}$$

$[v]$ = м/с; $[w]$ = мм/с

Скорость резания при шлифовании

$$v = \frac{\pi D_{\text{кр}} n}{1000 \cdot 60}, \text{ м/с} \tag{3.12}$$

$[D_{\text{кр}}]$ = мм; $[n]$ = об/мин.

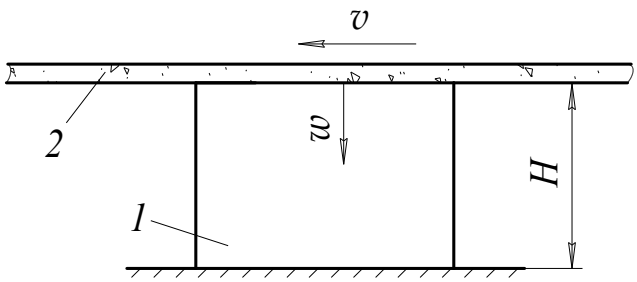



Рис. 3.3. Схема ленточного шлифования

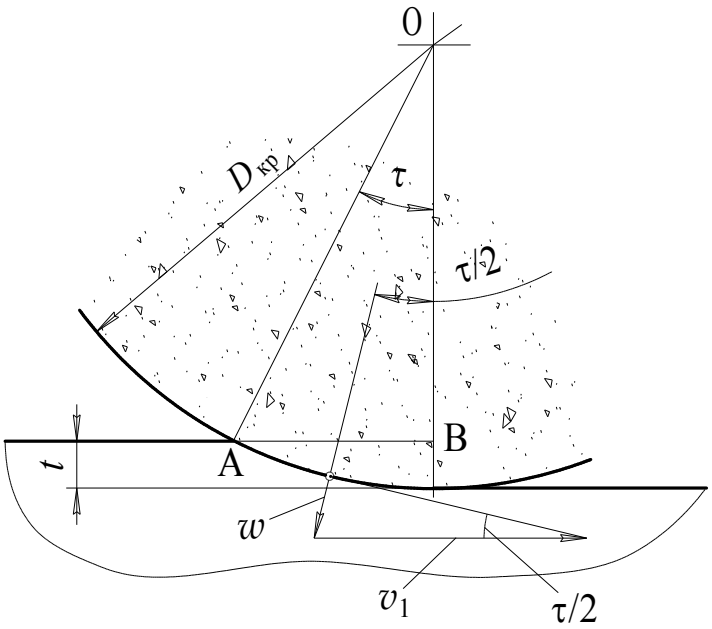



Рис. 3.4. К расчету скорости внедрения зерна

$$w = v_1 \sin\frac{\tau}{2} \tag{3.13}$$

$v_1$ – скорость движения заготовки, мм/с

Из треугольника АОВ

$$\cos\tau = 1 - \frac{2t}{D_{кр}} \tag{3.14}$$

$$\sin\frac{\tau}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\tau}{2}} = \sqrt{\frac{t}{D_{кр}}} \tag{3.15}$$

Скорость внедрения зерна при шлифовании:

- периферией круга

$$w = v_1\sqrt{\frac{t}{D_{кр}}}, \text{ мм/с} \tag{3.16}$$

- торцом круга

$$w = \frac{t}{B_{кр}} v_1, \text{ мм/с} \tag{3.17}$$

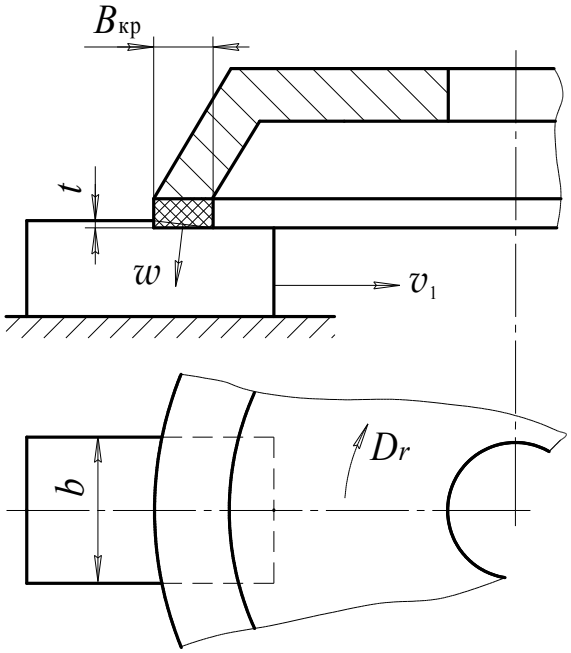



Рис. 3.5. Схема торцешлифования

Производительность процесса резания (минутный съем) при шлифовании

$$П = 60tbv_1, \text{ мм}^3/\text{мин}. \tag{3.18}$$

Площадь поверхности инструмента, которая за 1 мин. участвует в работе,

$$F = \begin{cases} 1000 \cdot 60bv, \text{ мм}^2 \ - \text{ при шлифовании периферией круга} \\ 1000 \cdot 60(t + B_{кр})v, \text{ мм}^2 \ - \text{ при шлифовании торцом круга} \end{cases} \tag{3.19}$$

Средневероятное число работающих зёрен

$$N = n_р F \tag{3.20}$$

Средневероятный объем среза, приходящийся на одно зерно, при шлифовании:

- периферией круга

$$\omega_z = \frac{П}{N} = \frac{1}{1000} \cdot \frac{t}{n_р} \cdot \frac{v_1}{v}, \text{ мм}^3/\text{зерно} \tag{3.21}$$

- торцом круга

$$\omega_z = \frac{1}{1000} \cdot \frac{tb}{(t + B_{кр})n_р} \cdot \frac{v_1}{v}, \text{ мм}^3/\text{зерно} \tag{3.22}$$

# 4. ДИНАМИКА РЕЗАНИЯ

## 4.1. Схема образования стружки

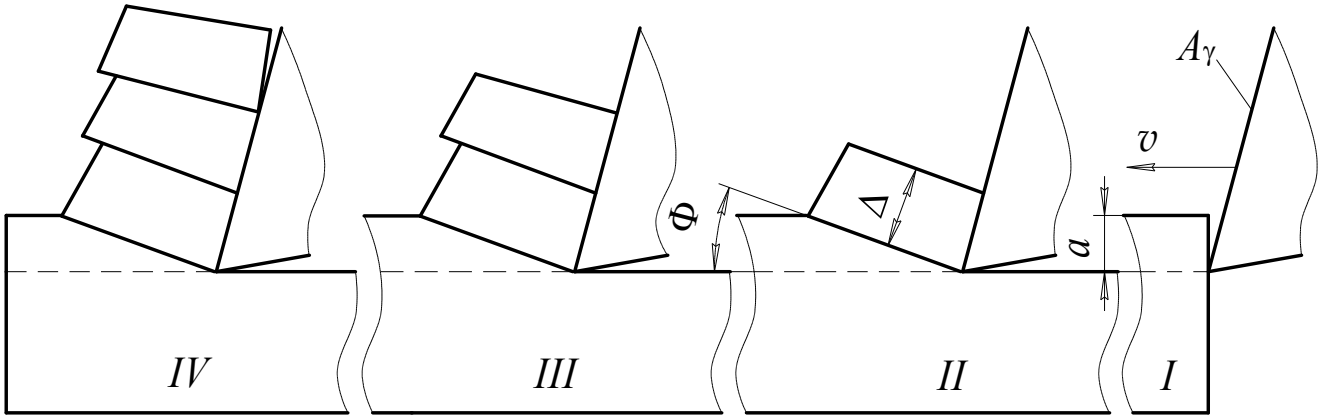



Рис. 4.1. Схема эксперимента И.А. Тиме

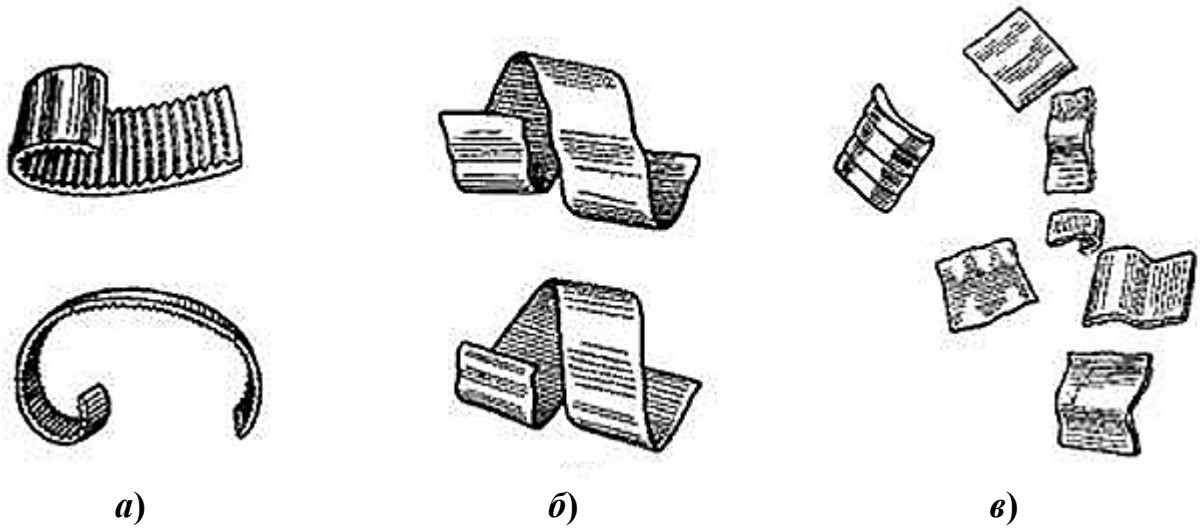



Рис. 4.2. Виды стружки: элементная (*а*), сливная (*б*), надлома (*в*)

На форму стружки влияют:

– механические свойства обрабатываемого материала

– толщина среза

– геометрия режущего инструмента

– скорость резания

## 4.2. Деформации и напряжения в зоне резания

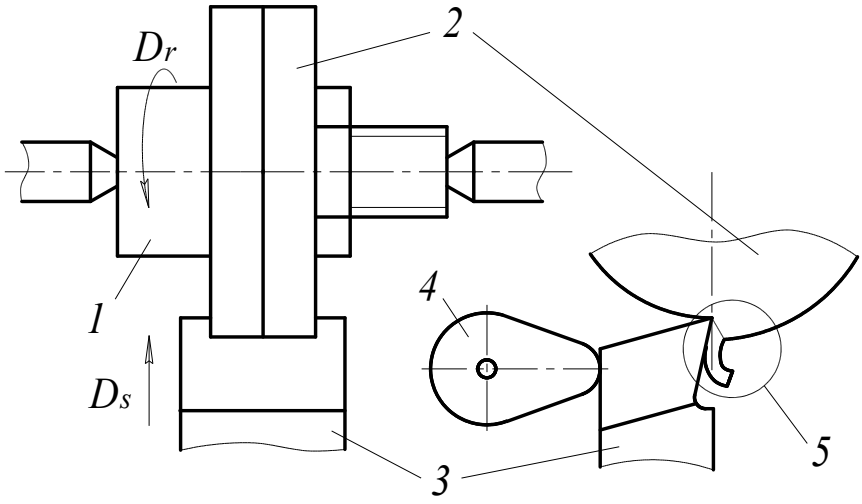



Рис. 4.3. Получение «корня» стружки при точении

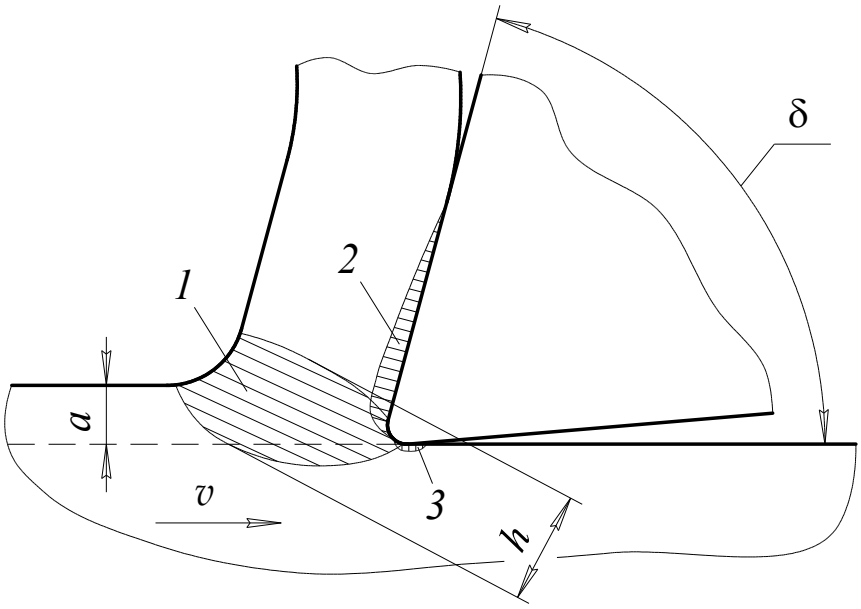



Рис. 4.4. Области деформирования при резании

На размеры основной области деформирования *1* влияют:

- физико-механические свойства обрабатываемого материала
- скорость резания $v$ и толщина среза $a$
- угол резания δ

$$\delta = 90° - \gamma \qquad (4.1)$$

$$v\uparrow \;\; h\downarrow \;\; | \;\; \text{при} \;\; v \geq 40 \text{ м/мин} \quad h \to 0$$

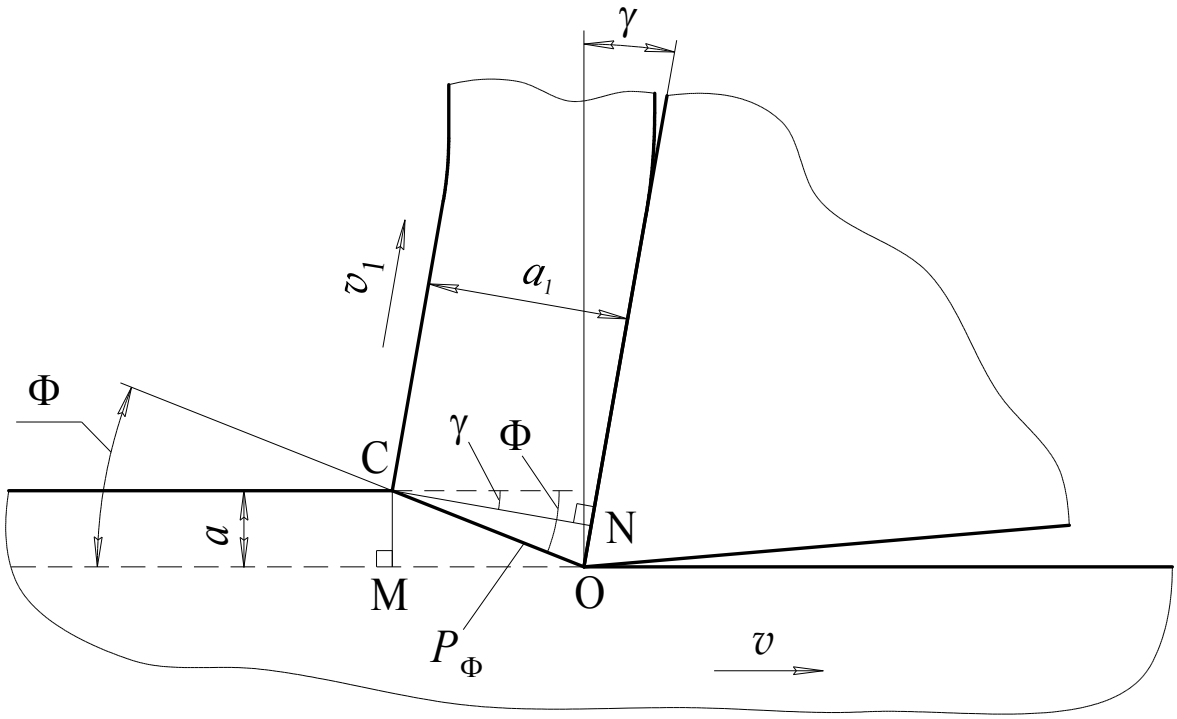



Рис. 4.5. Схема резания с единственной плоскостью сдвига

Коэффициент утолщения стружки

$$K_a = \frac{a_1}{a} \tag{4.2}$$

Из треугольника OCM

$$\overline{\text{OC}} = \frac{\overline{\text{CM}}}{\sin\Phi} = \frac{a}{\sin\Phi} \tag{4.3}$$

Из треугольника OCN ( $\angle\text{OCN} = \Phi - \gamma$ )

$$\overline{\text{OC}} = \frac{\overline{\text{CN}}}{\cos(\Phi - \gamma)} = \frac{a_1}{\cos(\Phi - \gamma)} \tag{4.4}$$

$$K_a = \frac{\cos(\Phi - \gamma)}{\sin\Phi} \tag{4.5}$$

Из (4.5)

$$K_a = \frac{\cos\Phi\cos\gamma + \sin\Phi\sin\gamma}{\sin\Phi} = \frac{\cos\gamma}{\text{tg}\,\Phi} + \sin\gamma \Rightarrow$$

$$\text{tg}\,\Phi = \frac{\cos\gamma}{K_a - \sin\gamma} \tag{4.6}$$

Коэффициент уширения стружки

$$K_b = \frac{b_1}{b} \tag{4.7}$$

Коэффициент укорочения стружки

$$K_l = \frac{L}{L_1} \tag{4.8}$$

$$abL = a_1 b_1 L_1 \;\Rightarrow\; \frac{L}{L_1} = \frac{a_1}{a} \cdot \frac{b_1}{b} \;\Rightarrow\; K_l = K_a \cdot K_b \tag{4.9}$$

Время резания

$$\tau = \frac{L}{v} = \frac{L_1}{v_1} \;\Rightarrow\; \frac{v}{v_1} = \frac{L}{L_1} = K_l \tag{4.10}$$

Как правило, $K_b \approx 1$. Тогда $K_l \approx K_a$ и из (4.10) скорость схода стружки

$$v_1 \approx \frac{v}{K_a}, \text{ м/мин.} \tag{4.11}$$

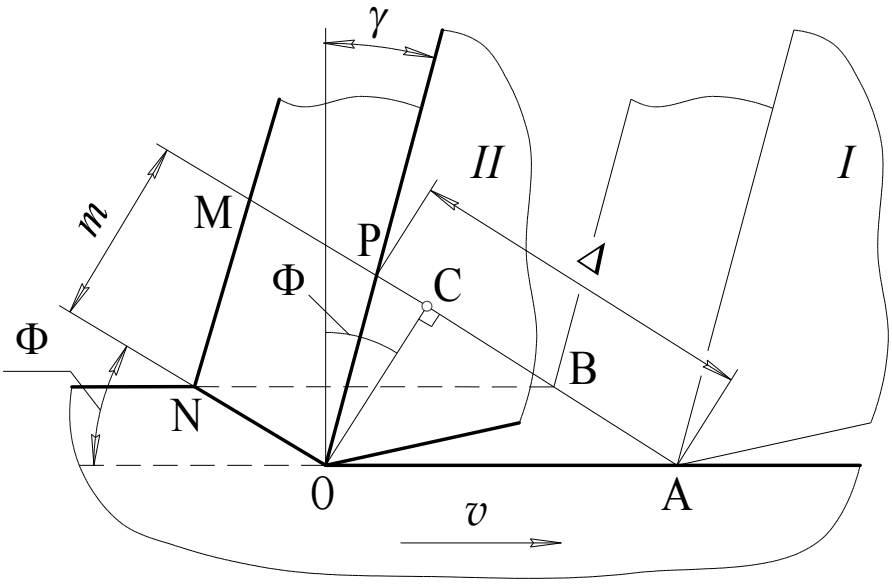



Рис. 4.6. К расчету относительного сдвига

$$\Delta = \overline{AC} + \overline{CP} = m\,\mathrm{ctg}\,\Phi + m\,\mathrm{tg}(\Phi - \gamma)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{m} = \mathrm{ctg}\,\Phi + \mathrm{tg}(\Phi - \gamma) \tag{4.12}$$

***Пример.*** *Чему равен угол сдвига и наибольший относительный сдвиг при работе резца с передним углом 0°, если коэффициент утолщения стружки равен 2?*

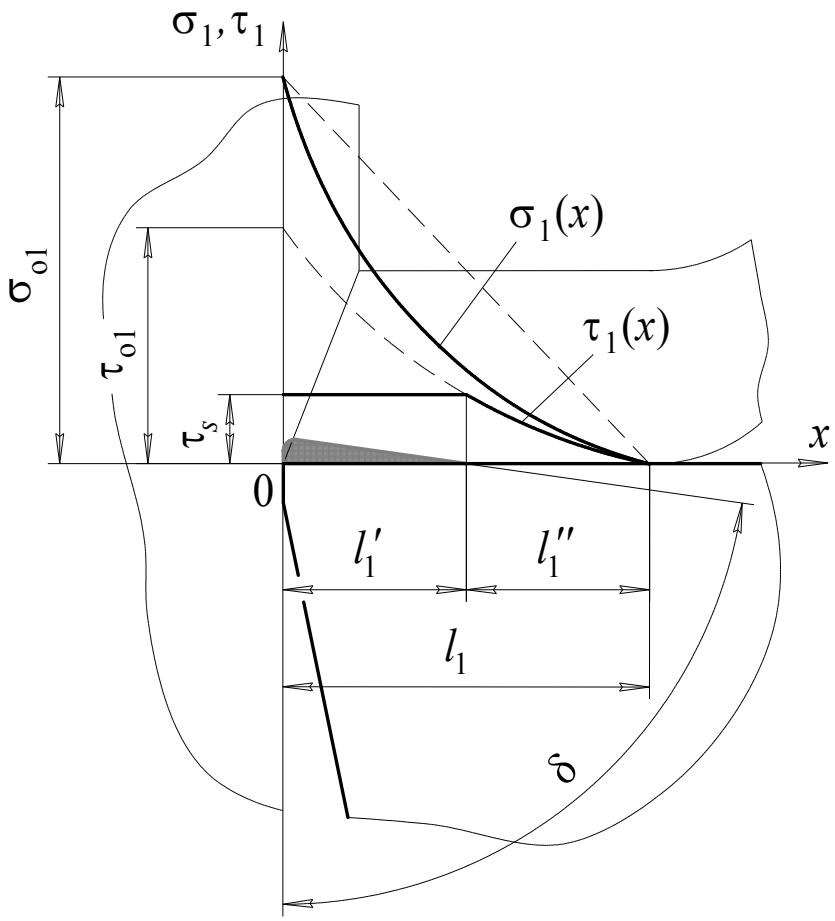



Рис. 4.7. Напряжения на передней поверхности инструмента

$$\sigma_1(x) = Ax + B \tag{4.13}$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{при } x = 0 \;\; B = \sigma_1(0) = \sigma_{o1} \\ \text{при } x = l_1 \;\; A = \dfrac{\sigma_1(l_1) - B}{l_1} = -\dfrac{\sigma_{o1}}{l_1} \end{array} \right| \Rightarrow \sigma_1(x) = \sigma_{o1}\left(1 - \frac{x}{l_1}\right) \tag{4.14}$$

$$\sigma_1(x) = \sigma_{o1}\left(1 - \frac{x}{l_1}\right)^n, \text{ МПа} \tag{4.15}$$

$$n \approx 3$$

$$\tau_1(x) = \begin{cases} \tau_s \;\; \text{при } x \in [0; l_1'] \\ \tau_s\left(1 - \dfrac{x - l_1'}{l_1''}\right)^n \;\; \text{при } x \in (l_1'; l_1] \end{cases} \tag{4.16}$$

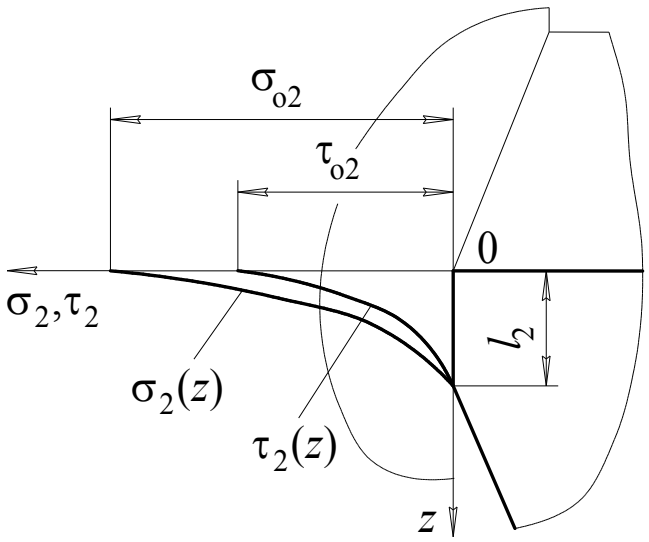



Рис. 4.8. Напряжения на задней поверхности инструмента

$$\sigma_2(z) = \sigma_{o2}\left(1 - \frac{z}{l_2}\right)^n \tag{4.17}$$

$$\tau_2(z) = \mu_2 \sigma_2(z) \tag{4.18}$$

$\mu_2$ – коэффициент трения скольжения

## 4.3. Силы на контактных поверхностях инструмента

Передняя контактная площадка $s_1 = b \times l_1$

Нормальная сила

$$N_1 = \int_{s_1} \sigma_1(x) ds = \iint_{s_1} \sigma_1(x) dx dy = \int_0^b dy \int_0^{l_1} \sigma_1(x) dx = b\sigma_{o1} \int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x}{l_1}\right)^n dx \tag{4.19}$$

$$\int_0^{l_1} \left(1 - \frac{x}{l_1}\right)^n dx = \left| \begin{array}{c} u = 1 - \dfrac{x}{l_1} \Rightarrow dx = -l_1 du \\ u|_{x=0} = 1; \quad u|_{x=l_1} = 0 \end{array} \right| = -l_1 \int_1^0 u^n du = l_1 \left. \frac{u^{n+1}}{n+1} \right|_0^1 = \frac{l_1}{n+1} \tag{4.20}$$

$$N_1 = b\sigma_{o1} \frac{l_1}{n+1} \approx 0{,}25 b l_1 \sigma_{o1}, \text{ Н} \tag{4.21}$$

$[b]$ = мм; $[l_1]$ = мм; $[\sigma_{o1}]$ = МПа

Сила трения

$$F_1 = \int_{s_1} \tau_1(x) ds = \int_0^b dy \left( \int_0^{l_1'} \tau_s dx + \int_{l_1'}^{l_1} \tau_s \left( 1 - \frac{x - l_1'}{l_1''} \right)^n dx \right) \tag{4.22}$$

$$\int_{l_1'}^{l_1} \left( 1 - \frac{x - l_1'}{l_1''} \right)^n dx = \left| \begin{array}{c} \tilde{x} = x - l_1' \Rightarrow dx = d\tilde{x} \\ \tilde{x}\,|_{x=l_1'} = 0;\ \tilde{x}\,|_{x=l_1} = l_1 - l_1' = l_1'' \end{array} \right| = \int_0^{l_1''} \left( 1 - \frac{\tilde{x}}{l_1''} \right)^n d\tilde{x} = \frac{l_1''}{n+1} \tag{4.23}$$

$$F_1 = b\tau_s \left( l_1' + \frac{l_1''}{n+1} \right) \tag{4.24}$$

При $l_1' \approx l_1'' \approx 0{,}5 l_1$ и $n \approx 3$

$$F_1 \approx 0{,}625 b l_1 \tau_s, \text{ Н} \tag{4.25}$$

Задняя контактная площадка $s_2 = b \times l_2$

$$N_2 = \iint_{s_2} \sigma_2(z) dy dz = \int_0^b dy \int_0^{l_2} \sigma_2(z) dz = b\sigma_{o2} \frac{l_2}{n+1} \approx 0{,}25 b l_2 \sigma_{-в} \tag{4.26}$$

$$F_2 = \mu_2 N_2 \tag{4.27}$$

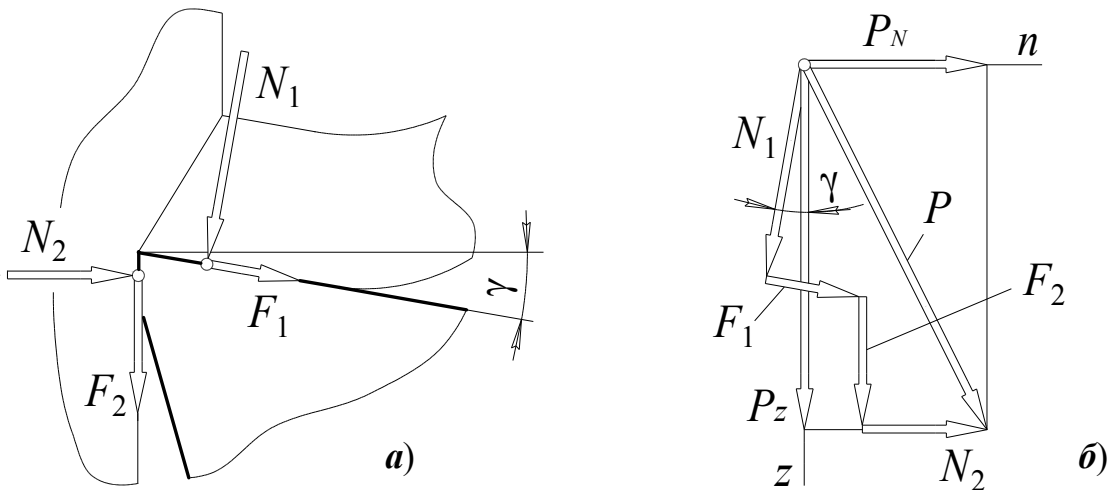



Рис. 4.9. Силы на контактных поверхностях режущего клина

$$P_z = N_1 \cos\gamma + F_1 \sin\gamma + F_2 \tag{4.28}$$

$$P_N = F_1 \cos\gamma - N_1 \sin\gamma + N_2 \tag{4.29}$$

## 4.4. Силы при работе однолезвийным инструментом

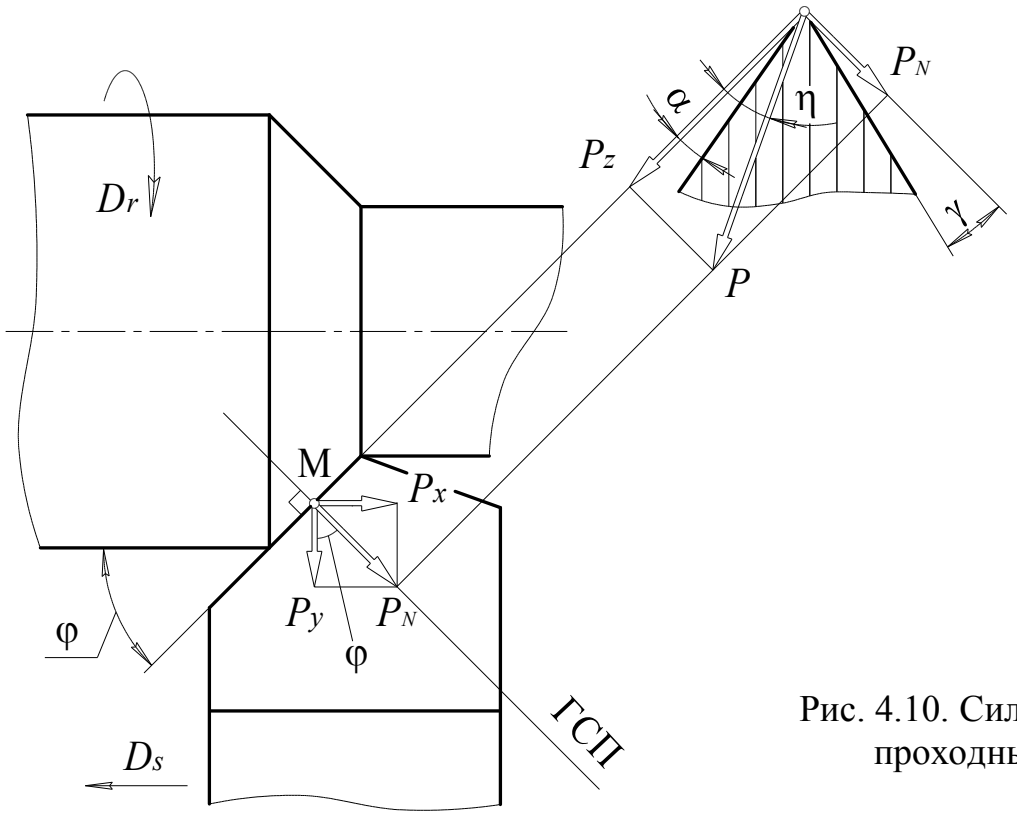



Рис. 4.10. Силы при точении проходным резцом

$$P = \sqrt{P_N^2 + P_z^2} = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}\text{, Н} \tag{4.30}$$

$$P_N = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \tag{4.31}$$

$$P_x = P_N \sin\varphi \tag{4.32}$$

$$P_y = P_N \cos\varphi \tag{4.33}$$

Эффективная мощность резания

$$W_э = \frac{dA}{dt} = \frac{d(P_z S_v)}{dt} = P_z \frac{dS_v}{dt} \tag{4.34}$$

$$W_э = \frac{P_z v}{60}\text{, Вт} \tag{4.35}$$

$[P_z]$ = Н; $[v]$ = м/мин.

Угол действия

$$\eta = \text{arctg}\frac{P_N}{P_z} \tag{4.36}$$

## 4.5. Силы и крутящие моменты на многолезвийных инструментах при постоянном сечении среза

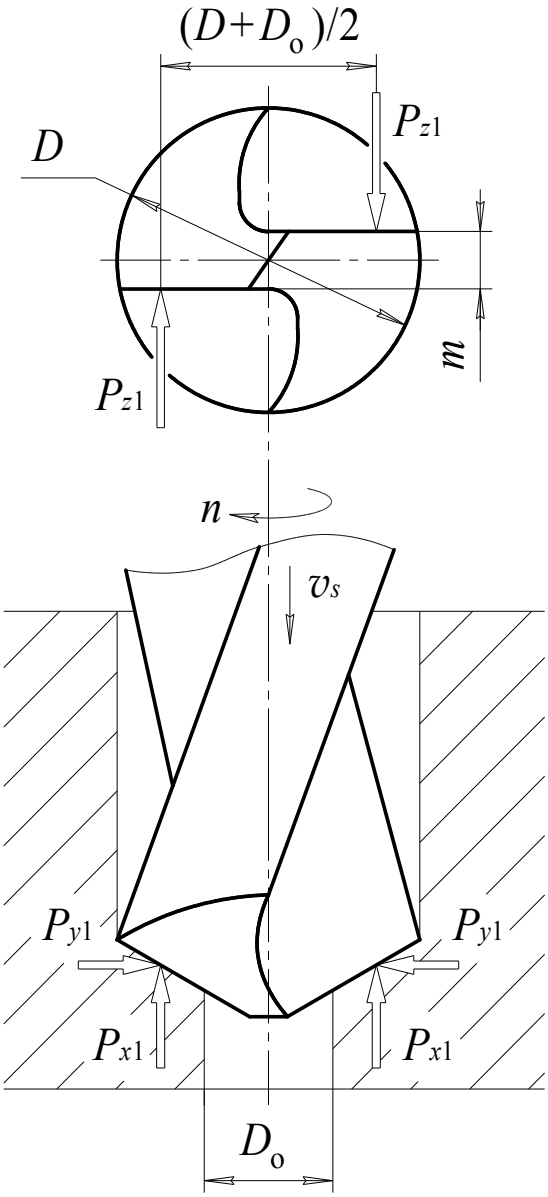



Рис. 4.11. Силы при сверлении

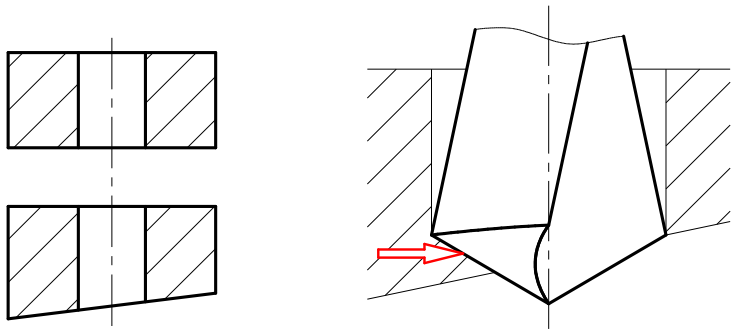
Осевая сила

$$P_{\text{ос}} = 2P_{x1}$$

В общем случае

$$P_{\text{ос}} = zP_{x1}, \text{ Н} \qquad (4.37)$$

$z$ – число режущих лезвий



***а*)** ***б*)**

Рис. 4.12. Сверление нетехнологичного отверстия

Крутящий момент резания

$$M = \frac{D + D_{\text{о}}}{2000} P_{z1}, \text{ Н·м}$$

В общем случае

$$M = \frac{\overline{D}}{2000} z P_{z1}, \text{ Н·м} \qquad (4.38)$$

$$\overline{D} = \begin{cases} D/2 \ - \ \text{при сверлении} \\ (D + D_{\text{о}})/2 \ - \ \text{при рассверливании} \\ (D - t) \ - \ \text{при зенкеровании / развертывании} \end{cases}$$

Эффективная мощность резания

$$W_{\text{э}} = M\omega, \text{ Вт} \qquad (4.39)$$

$$\omega = \frac{\pi n}{30}, \text{ 1/с} \qquad (4.40)$$

$$W_{\text{э}} = \frac{\pi}{30} M n, \text{ Вт.} \qquad (4.41)$$

$[M]$ = Н·м; $[n]$ = об/мин.

## 4.6. Силы и крутящие моменты на многолезвийных инструментах при переменном сечении среза

Встречное фрезерование: проекции векторов $\vec{v}$ и $\vec{v}_s$ на оси разнонаправлены.

Попутное фрезерование: проекции векторов $\vec{v}$ и $\vec{v}_s$ на оси однонаправлены.

$q = 1$

$\varepsilon > \tau$

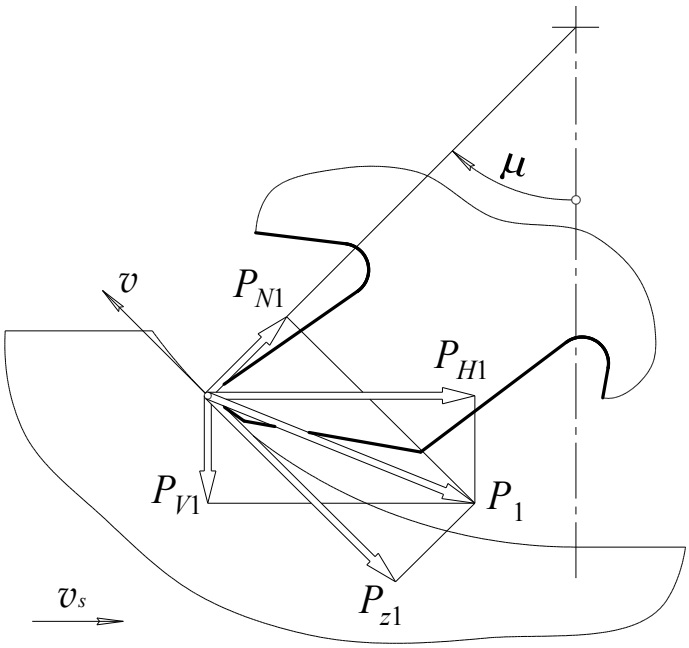



Рис. 4.13. Силы при встречном фрезеровании

$$\left.\begin{aligned} P_{H1} &= P_{z1}\cos\mu + P_{N1}\sin\mu \\ P_{V1} &= P_{z1}\sin\mu - P_{N1}\cos\mu \end{aligned}\right\} \qquad (4.42)$$

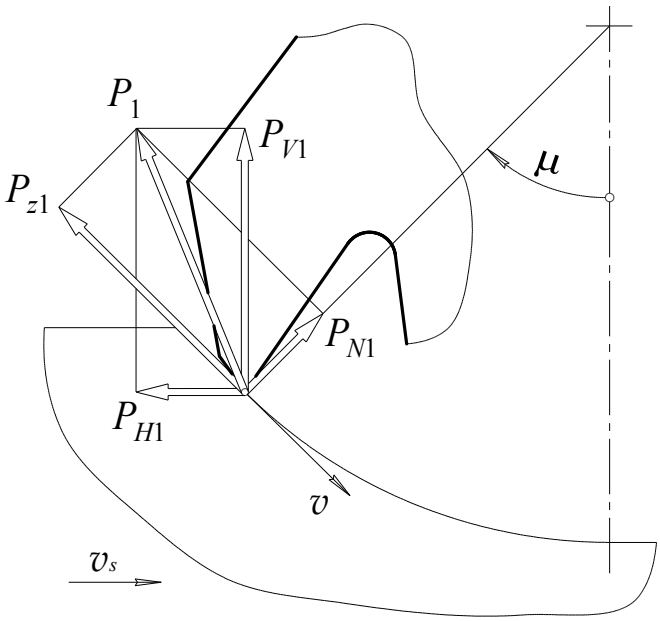



Рис. 4.14. Силы при попутном фрезеровании

$$\left.\begin{aligned} P_{H1} &= P_{z1}\cos\mu - P_{N1}\sin\mu \\ P_{V1} &= P_{z1}\sin\mu + P_{N1}\cos\mu \end{aligned}\right\} \qquad (4.43)$$

$$M_1 = \frac{D}{2000} P_{z1}, \text{ Н·м} \qquad (4.44)$$

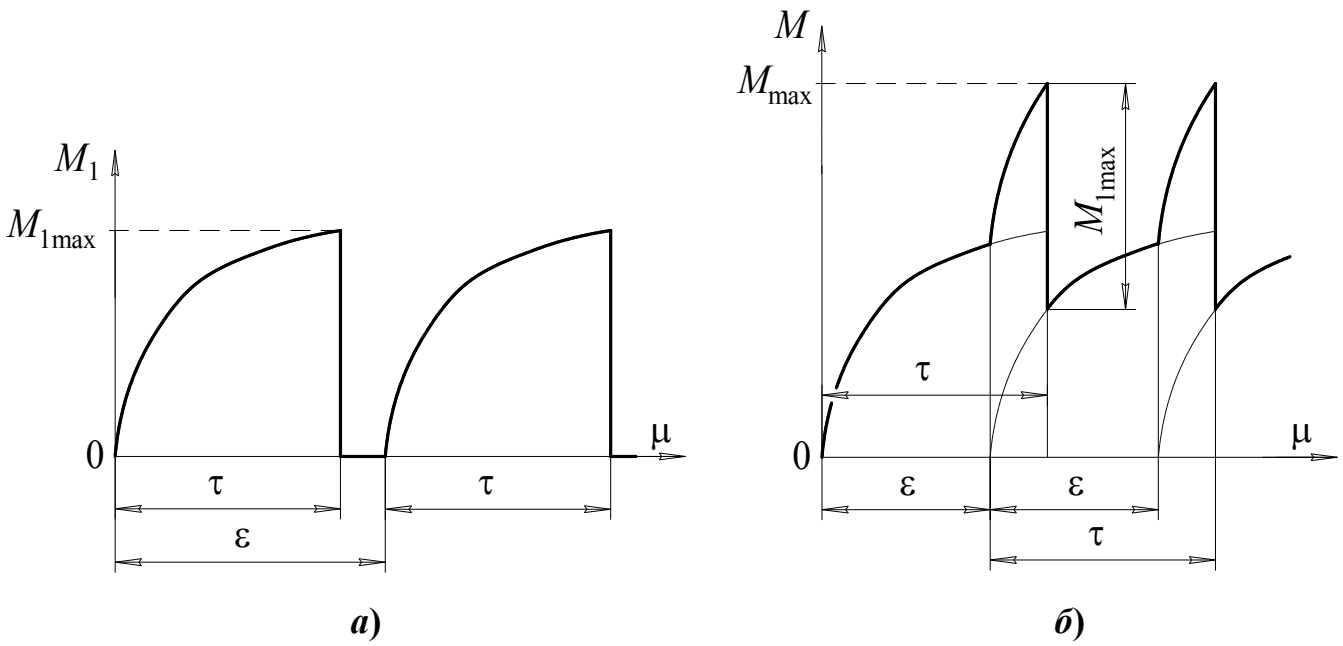



Рис. 4.15. Крутящие моменты на фрезе: *а* – при $q = 1$; *б* – при $q = 2$

$$\boxed{\begin{matrix} q > 1 \\ \varepsilon < \tau \end{matrix}}$$

$$\left.\begin{aligned} P_H &= \sum_{i=1}^{q} P_{zi} \cos\mu_i \pm \sum_{i=1}^{q} P_{Ni} \sin\mu_i \\ P_V &= \sum_{i=1}^{q} P_{zi} \sin\mu_i \mp \sum_{i=1}^{q} P_{Ni} \cos\mu_i \end{aligned}\right\} \tag{4.45}$$

$$M = \frac{D}{2000} \sum_{i=1}^{q} P_{zi}\ , \text{ Н·м} \tag{4.46}$$

Абсолютная неравномерность

$$\Delta_{\text{абс}} = M_{\max} - M_{\min} = M_{1\max} = \text{f}(\tau) \tag{4.47}$$

$$\Delta_{\text{абс}} \downarrow \ \begin{cases} t \downarrow \\ D \uparrow \end{cases}$$

Относительная неравномерность

$$\Delta_{\text{отн}} = \frac{M_{\max} - M_{\min}}{M_{\max}} \cdot 100\% = \frac{M_{1\max}}{M_{\max}} \cdot 100\% = \text{f}(q) \tag{4.48}$$

$$q \uparrow \ \Delta_{\text{отн}} \downarrow$$

## 4.7. Примеры практического использования расчета сил при резании

- выбор параметров металлорежущего оборудования
- расчет элементов крепления инструмента
- прочностные расчеты инструмента

Выбор параметров оборудования

$$W \geq \frac{W_э}{\eta} \tag{4.49}$$

$$P_т \geq P_x + \mu(P_y + P_z + G) \tag{4.50}$$

$$P_т \geq P_H + \mu(P_V + G) \tag{4.51}$$

Расчет элементов крепления инструмента

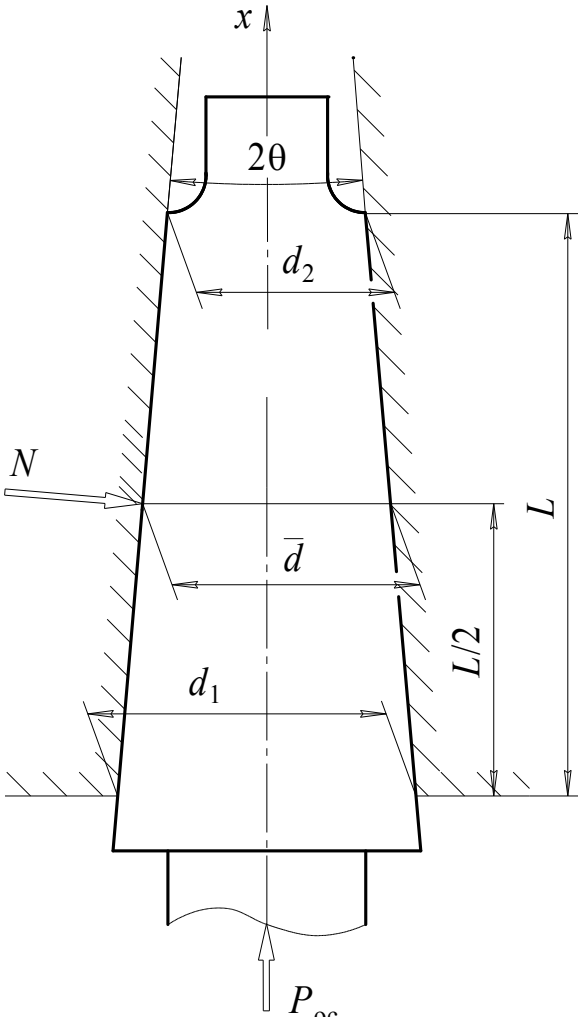



Рис. 4.16. К расчету конического хвостовика

$$M_{тр} > M \tag{4.52}$$

$$F_{тр} = \mu N$$

$$P_{ос} - N\sin\theta = 0 \;\Rightarrow\; N = \frac{P_{ос}}{\sin\theta}$$

$$F_{тр} = \mu\frac{P_{ос}}{\sin\theta}$$

$$M_{тр} = F_{тр}\frac{\bar{d}}{2}\cdot 10^{-3} =$$

$$= 5\cdot 10^{-4}\frac{\mu\,\bar{d}}{\sin\theta}P_{ос},\ \text{Н·м} \tag{4.53}$$

$$\rho = \frac{d_1 - d_2}{L} = 2\,\mathrm{tg}\,\theta$$

$$\mathrm{tg}\,\theta \approx \sin\theta \;\Rightarrow\; \sin\theta \approx \rho/2$$

$$M_{тр} = 10^{-3}\mu P_{ос}\frac{\bar{d}}{\rho} \tag{4.54}$$

$$M_{тр} = 10^{-3}\mu P_{ос}\frac{\bar{d}}{\rho}(1 - 0{,}04\Delta),\ \text{Н·м}$$

При $\mu \approx 0{,}1$ и $\Delta \approx 10'$

$$M_{\text{тр}} \approx 6 \cdot 10^{-5} P_{\text{ос}} \frac{\bar{d}}{\rho}, \text{ Н·м} \tag{4.55}$$

$$\frac{\bar{d}}{\rho} > \frac{10^5}{6} \cdot \frac{M}{P_{\text{ос}}}, \text{ мм} \tag{4.56}$$

**Таблица 4.1. Геометрическая характеристика конусов Морзе**

| Конус Морзе № | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{\bar{d}}{\rho}$, мм | 158 | 220 | 324 | 432 | 547 | 767 | 1105 |

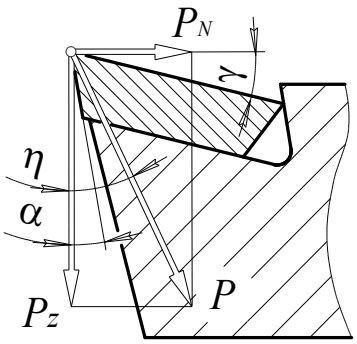



Рис. 4.17. Крепление пластины силами резания

$$\eta = \text{arctg}\ \frac{P_N}{P_z} > \alpha \tag{4.57}$$

Расчет инструмента на прочность

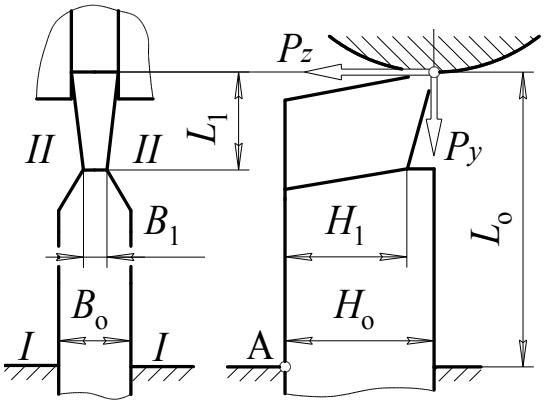



Рис. 4.18. К прочностному расчету отрезного резца

$$\sigma_{и} = \frac{M_{и}}{w}, \text{ МПа} \tag{4.58}$$

Для сечения I-I

$$M_{и} = P_z L_{о} - P_y H_{о}$$

$$w = \frac{B_{о} H_{о}^2}{6}$$

$$\sigma_{и} = \frac{6}{B_{о} H_{о}^2}(P_z L_{о} - P_y H_{о}) \le [\sigma_{и}] \tag{4.59}$$

$$\frac{6L_{о}}{B_{о} H_{о}^2} P_z \le [\sigma_{и}] \tag{4.60}$$

Для сечения II-II

$$\frac{6L_1}{B_1 H_1^2} P_z \le [\sigma_{и}] \tag{4.61}$$

# 5. ФОРМОИЗМЕНЕНИЕ ЛЕЗВИЙНОГО ИНСТРУМЕНТА В ПРОЦЕССЕ РЕЗАНИЯ

- изнашивание
- пластическое деформирование

## 5.1. Изнашивание режущего лезвия

– механическое истирание

– абразивный износ

– адгезионный износ

– диффузионный износ

– химический износ

– электроэрозионный износ

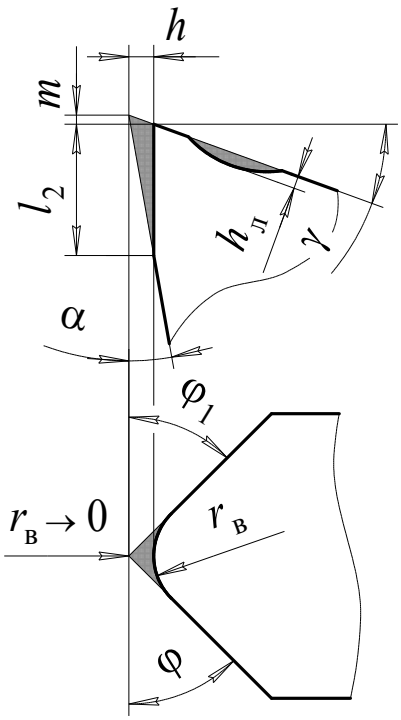



Рис. 5.1. Износ лезвия

$$\frac{l_2+m}{h}=\operatorname{ctg}\alpha \;\Rightarrow\; l_2=h\operatorname{ctg}\alpha-m$$

$$m=h\operatorname{tg}\gamma$$

$$l_2=h(\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{tg}\gamma)\text{, мм} \tag{5.1}$$

$$l_2=h\left(\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}-\operatorname{tg}\gamma\right)=h\frac{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}{\operatorname{tg}\alpha}\Rightarrow$$

$$h=l_2\frac{\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\gamma}\text{, мм} \tag{5.2}$$

$$r_{\text{в}}=\frac{h}{2}\left(\operatorname{ctg}\frac{\varphi}{2}\operatorname{ctg}\frac{\varphi_1}{2}-1\right)\text{, мм} \tag{5.3}$$

По А.Д. Макарову

$$\widetilde{h}=\frac{h}{A}\cdot 10^6\text{, мм/м}^2 \tag{5.4}$$

$$A=\begin{cases}\pi dL \;-\; \text{точение}\\ \pi dL/z \;-\; \text{обработка осевым инструментом}\\ BL/z \;-\; \text{цилиндрическое фрезерование}\end{cases}$$

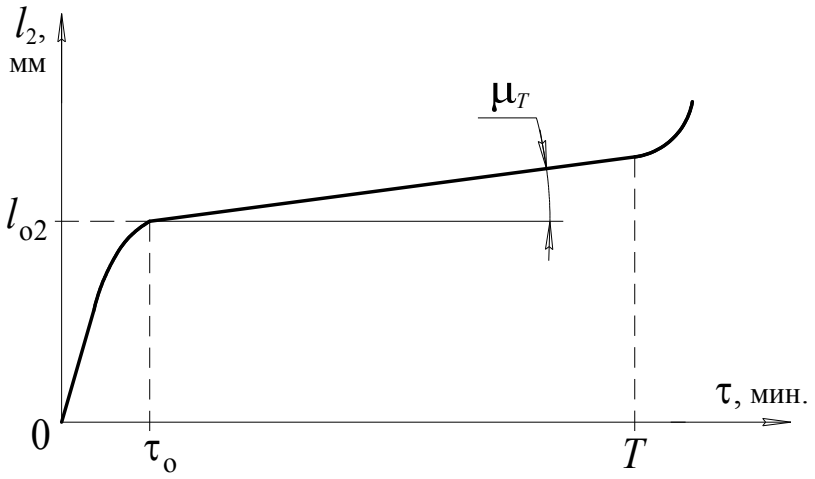



Рис. 5.2. Изменение площадки износа во времени

$$l_2(\tau) = l_{o2} + m_l(\tau - \tau_o)\,\mathrm{tg}\,\mu_T \tag{5.5}$$

$m_l$ – масштабный коэффициент, мм/мин.

$$T \sim \frac{1}{v^{1/m}}$$

**Таблица 5.1. Закон стойкости для основных видов обработки резанием**

| Вид обработки резанием | Закон стойкости ($v$, м/мин) |
|---|---|
| Точение | $v = \dfrac{C_v}{T^m t^{x_v} s_o^{y_v}}$ |
| Сверление | $v = \dfrac{C_v D^{q_v}}{T^m s_o^{y_v}}$ |
| Рассверливание, зенкерование, развертывание | $v = \dfrac{C_v D^{q_v}}{T^m t^{x_v} s_o^{y_v}}$ |
| Фрезерование | $v = \dfrac{C_v D^{q_v}}{T^m t^{x_v} s_z^{y_v} B^{u_v} z^{p_v}}$ |

Критерии затупления лезвия:

– экономический

– точности обработки

– шероховатости обработанной поверхности

Экономический критерий затупления

$$C = З_с + З_н + P, \text{ руб./шт.} \tag{5.6}$$

$$\tau_{оп} = \tau_м + \tau_{всп}, \text{ мин.} \tag{5.7}$$

$$\tau_{оп} = k\tau_м \quad (k > 1) \tag{5.8}$$

При точении

$$\tau_м = \frac{L_s}{v_s} = \frac{L + y_1 + y_2}{ns_о} = \frac{L + y_1 + y_2}{s_о} \cdot \frac{\pi D_о}{1000v} = \frac{L + y_1 + y_2}{s_о} \cdot \frac{\pi D_о}{1000} \cdot \frac{T^m t^{x_v} s_о^{y_v}}{C_v}$$

$$\tau_м = \frac{L + t(\operatorname{ctg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi_1)}{1000C_v} \cdot \frac{\pi D_о t^{x_v}}{s_о^{1-y_v}} T^m$$

$$\tau_м = MT^m, \text{ мин.} \tag{5.9}$$

Затраты на оплату труда станочника

$$З_с = \tau_{оп} E_с \left(1 + \frac{HP}{100}\right) = k\tau_м E_с \left(1 + \frac{HP}{100}\right), \text{ руб./шт.} \tag{5.10}$$

$$З_с = B_1 MT^m \tag{5.11}$$

$$B_1 = kE_с \left(1 + \frac{HP}{100}\right), \text{ руб./мин.} \tag{5.12}$$

Затраты на оплату труда наладчика

$$З_н = \frac{\tau_н E_н}{N_T} \left(1 + \frac{HP}{100}\right), \text{ руб./шт.} \tag{5.13}$$

$$N_T = \frac{T}{\tau_м}, \text{ шт.} \tag{5.14}$$

$$З_н = B_2 MT^{m-1} \tag{5.15}$$

$$B_2 = \tau_н E_н \left(1 + \frac{HP}{100}\right), \text{ руб.} \tag{5.16}$$

Затраты на инструмент, приходящиеся на одно изделие,

$$P = \frac{\tau_м}{T} B_3, \text{ руб./шт.} \tag{5.17}$$

$$B_3 = \begin{cases} \dfrac{Q + q_з i_з}{i_з + 1} \text{ – затачиваемый инструмент} \\ \dfrac{Q}{i_{гр}} \text{ – инструмент с МСП} \end{cases} \tag{5.18}$$

$$P = B_3 M T^{m-1} \tag{5.19}$$

$$C = M(B_1 T^m + (B_2 + B_3) T^{m-1}) \tag{5.20}$$

Минимум себестоимости будет достигаться при

$$\frac{dC}{dT} = M(mB_1 T^{m-1} + (m-1)(B_2 + B_3) T^{m-2}) = 0 \tag{5.21}$$

$$T_{эк} = \frac{1-m}{m} \cdot \frac{B_2 + B_3}{B_1}, \text{ мин.} \tag{5.22}$$

Из (5.20)

$$C_{\min} = \tau_м \left( B_1 + \frac{B_2 + B_3}{T_{эк}} \right), \text{ руб./шт.} \tag{5.23}$$

Полный период стойкости (срок службы) инструмента

$$A = \begin{cases} (i_з + 1)T \text{ – затачиваемый инструмент} \\ i_{гр} T \text{ – инструмент с МСП} \end{cases} \tag{5.24}$$

Количество единиц инструмента (сменных пластин), необходимое для обработки $N$ одинаковых изделий

$$K = \frac{N}{A} \tau_м, \text{ шт.} \tag{5.25}$$

Критерий точности обработки

$$N_2 \approx 0{,}25 b l_2 \sigma_{-в}$$

$$P_N = F_1 \cos\gamma - N_1 \sin\gamma + N_2$$

$$P_y = P_N \cos\varphi$$

$$l_2 \uparrow \quad N_2 \uparrow \quad P_N \uparrow \quad P_y \uparrow$$

При точении

$$\Delta d = 2(h + \delta_P), \text{ мм} \tag{5.26}$$

В начале обработки

$$h \to 0; \; l_2 \to 0; \; N_2 \to 0$$

$$P_N\big|_{h=0} = F_1 \cos\gamma - N_1 \sin\gamma$$

По мере изнашивания лезвия

$$P_N\big|_{h\neq 0} = F_1 \cos\gamma - N_1 \sin\gamma + N_2$$

$$\Delta P_N = P_N\big|_{h\neq 0} - P_N\big|_{h=0} = N_2$$

$$\Delta P_y = \Delta P_N \cos\varphi = N_2 \cos\varphi \approx \frac{b l_2 \sigma_{-в}}{4} \cos\varphi \tag{5.27}$$

$$\delta_P = \frac{\Delta P_y}{j} \approx \frac{b l_2 \sigma_{-в}}{4j} \cos\varphi \tag{5.28}$$

$$\Delta d \approx 2 l_2 \left( \frac{\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\gamma} + \frac{b \sigma_{-в}}{4j} \cos\varphi \right), \text{ мм} \tag{5.29}$$

Замену (восстановление) режущего лезвия следует производить, когда

$$\Delta d > c \cdot Td$$

Критерий шероховатости поверхности

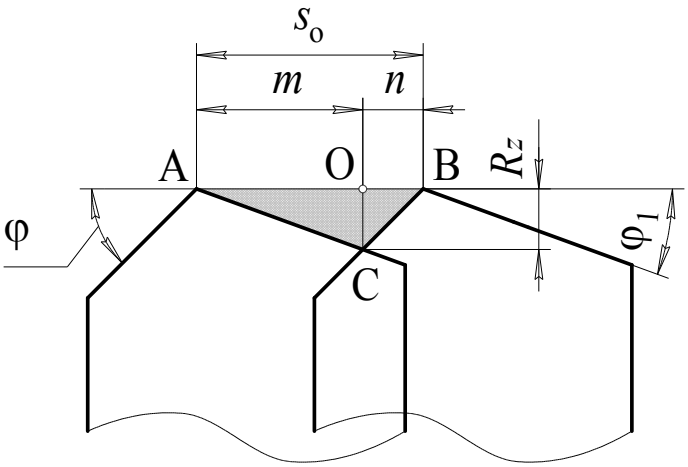



Рис. 5.3. Микрорельеф при работе острозаточенным лезвием

Из $\Delta AOC$ и $\Delta BOC$

$$m = R_z \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi_1$$

$$n = R_z \cdot \mathrm{ctg}\,\varphi$$

$$m + n = s_o = R_z(\mathrm{ctg}\,\varphi + \mathrm{ctg}\,\varphi_1) \Rightarrow$$

$$R_z = s_o \frac{\mathrm{tg}\,\varphi \cdot \mathrm{tg}\,\varphi_1}{\mathrm{tg}\,\varphi + \mathrm{tg}\,\varphi_1}, \text{ мм} \qquad (5.30)$$

$$\varphi \downarrow \quad \varphi_1 \downarrow \quad R_z \downarrow$$

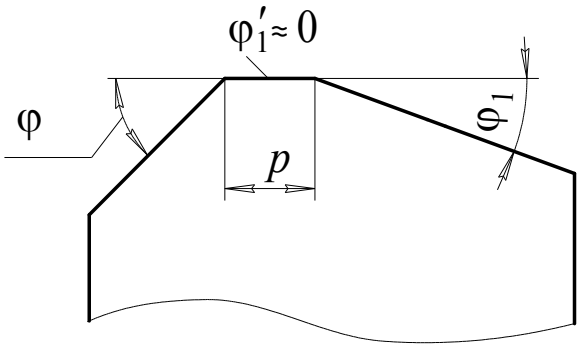



Рис. 5.4. Резец для работы с большой подачей

$$\boxed{p > s_o}$$

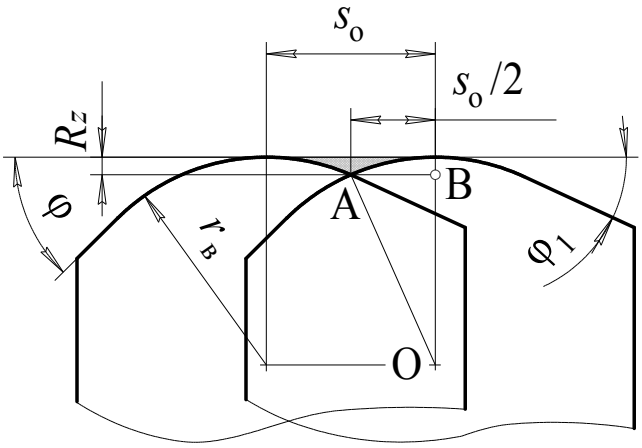



Рис. 5.5. Микрорельеф при работе лезвием с радиусной кромкой ($r_в > s_о$)

Из $\Delta AOB$

$$\overline{OB} = \sqrt{r_в^2 - \frac{s_о^2}{4}}$$

$$Rz = r_в - \overline{OB} = r_в\left(1 - \sqrt{1 - \frac{s_о^2}{4r_в^2}}\right) \qquad (5.31)$$

$$s_о < r_в \;\Rightarrow\; u = \frac{s_о^2}{4r_в^2} < 1$$

Это позволяет разложить $\sqrt{1-u}$ в ряд Тейлора

$$\sqrt{1-u} = 1 - \frac{u}{2} - \frac{u^2}{8} - \frac{u^3}{16} - \ldots$$

Ограничиваясь двумя членами разложения, получаем

$$\sqrt{1 - \frac{s_о^2}{4r_в^2}} \approx 1 - \frac{s_о^2}{8r_в^2}$$

С учетом последнего соотношения формула (5.31) принимает вид

$$Rz \approx \frac{s_о^2}{8r_в}, \text{ мм} \qquad (5.32)$$

***Пример.*** *С какой наибольшей подачей могут работать острозаточенный резец с углами в плане* $\varphi = \varphi_1 = 45^o$ *и резец с радиусом вершины 0,9 мм, если высота микронеровностей обработанной поверхности в обоих случаях не должна превышать 0,05 мм?*

## 5.2. Пластическое деформирование режущего лезвия

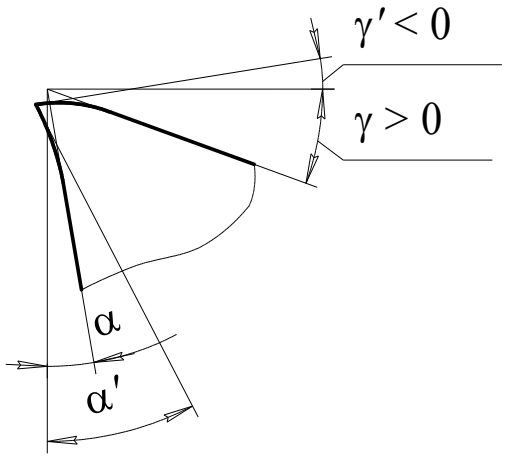



Рис. 5.6. Деформирование режущего лезвия

По Т.Н. Лоладзе запас пластической прочности

$$n_{\text{т}} = \frac{18H_R}{\sqrt{\tau_{\Phi}^2 + \tau_s^2}} \tag{5.33}$$

По исследованиям Н.Н.Зорева

$$\tau_{\Phi} = \frac{0{,}6\sigma_{\text{в}}}{1 - 1{,}7\psi_{\text{в}}}$$

$\psi_{\text{в}}$ – относительное сужение обрабатываемого материала при разрыве

Для большинства сталей

$$\psi_{\text{в}} \approx 0{,}2 \;\Rightarrow\; \tau_{\Phi} \approx 0{,}9\sigma_{\text{в}}$$

$$F_1 \approx 0{,}625 b l_1 \tau_s$$

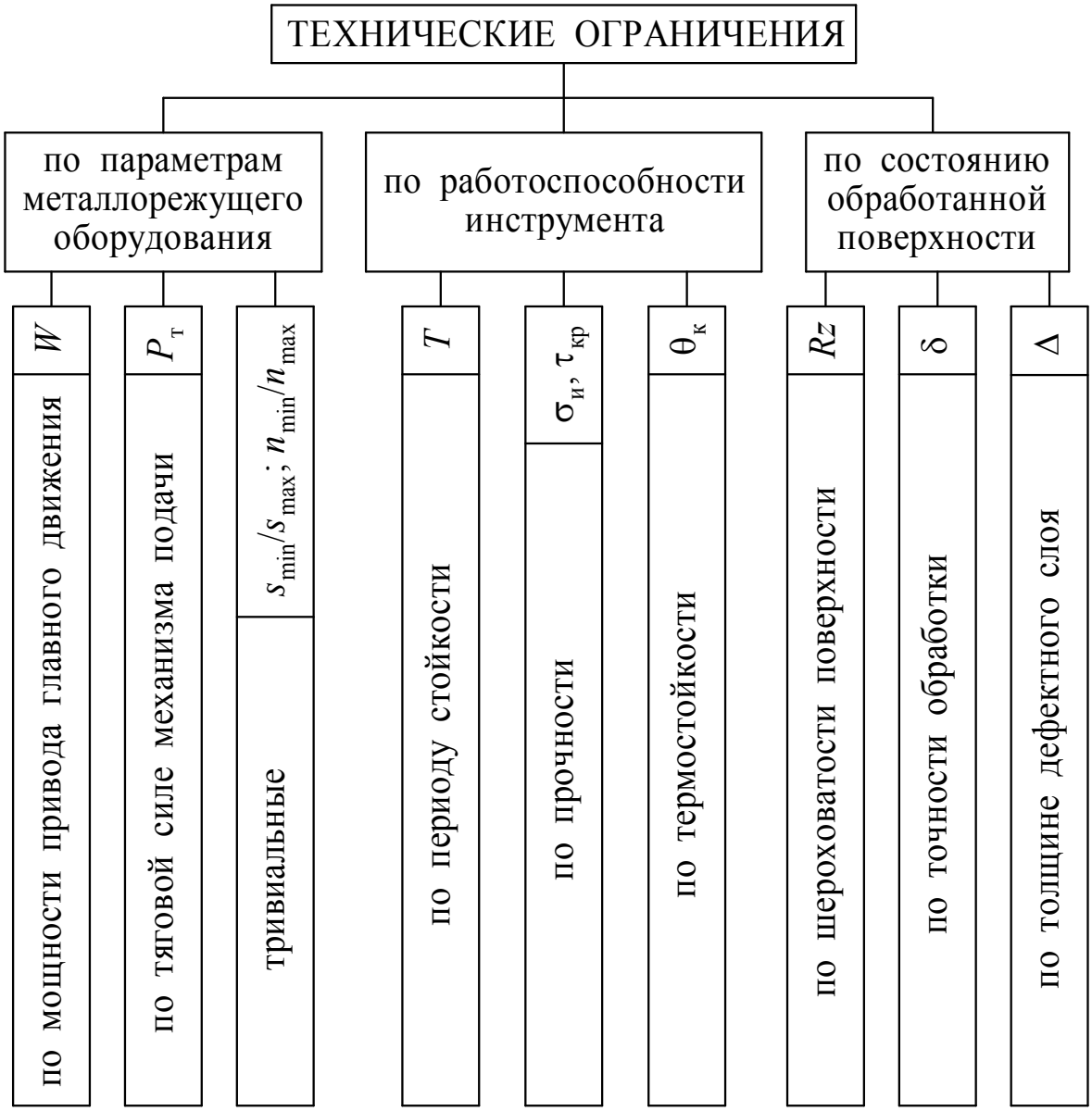
$$f_1 = \frac{F_1}{b l_1} \approx 0{,}625\tau_s \;\Rightarrow\; \tau_s \approx 1{,}6 f_1$$

$$n_{\text{т}} = \frac{20H_R}{\sqrt{\sigma_{\text{в}}^2 + 3{,}16 f_1^2}} \tag{5.34}$$

# 6. ОПТИМИЗАЦИЯ РЕЖИМА РЕЗАНИЯ

элементы режима резания
- глубина $t$
- подача $s$
- скорость $v$

оптимизируемые элементы режима резания
- подача $s$
- скорость $v$



Ограничение по мощности привода главного движения

$$W \geq \frac{W_э}{\eta} \tag{6.1}$$

$$W_э = \frac{P_z v}{60} = \frac{v}{60} C_{pz} t^{x_{pz}} s^{y_{pz}} v^{z_{pz}} = \frac{C_{pz} t^{x_{pz}}}{60} s^{y_{pz}} v^{1+z_{pz}}$$

$$W \geq \frac{C_{pz} t^{x_{pz}}}{60\eta} s^{y_{pz}} v^{1+z_{pz}}$$

$$s^{y_{pz}} v^{1+z_{pz}} \leq \frac{60\eta W}{C_{pz} t^{x_{pz}}} \tag{6.2}$$

Тривиальные ограничения

$$\left.\begin{aligned} s_{\min} \leq s \leq s_{\max} \\ n_{\min} \leq n \leq n_{\max} \end{aligned}\right\} \tag{6.3}$$

$$\left.\begin{aligned} s_{\min} \leq s \leq s_{\max} \\ \frac{\pi D_o n_{\min}}{1000} \leq v \leq \frac{\pi D_o n_{\max}}{1000} \end{aligned}\right\} \tag{6.4}$$

Ограничение по стойкости инструмента

$$T \geq [T] \tag{6.5}$$

$$v = \frac{C_v}{T^m t^{x_v} s^{y_v}}$$

$$T^m = \frac{C_v}{t^{x_v} s^{y_v} v} \geq [T]^m$$

$$s^{y_v} v \leq \frac{C_v}{t^{x_v} [T]^m} \tag{6.6}$$

<u>Метод линейного программирования</u>

$$y_{pz} \ln s + (1 + z_{pz}) \ln v \leq c_w \tag{6.7}$$

$$c_w = \ln\left(\frac{60\eta W}{C_{pz} t^{x_{pz}}}\right)$$

Новые переменные

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \ln s \\ x_2 &= \ln v \end{aligned}\right\} \tag{6.8}$$

С учетом (6.8) неравенство (6.7) приобретает линейный вид

$$y_{pz}\, x_1 + (1 + z_{pz}) x_2 \le c_{\text{w}} \tag{6.9}$$

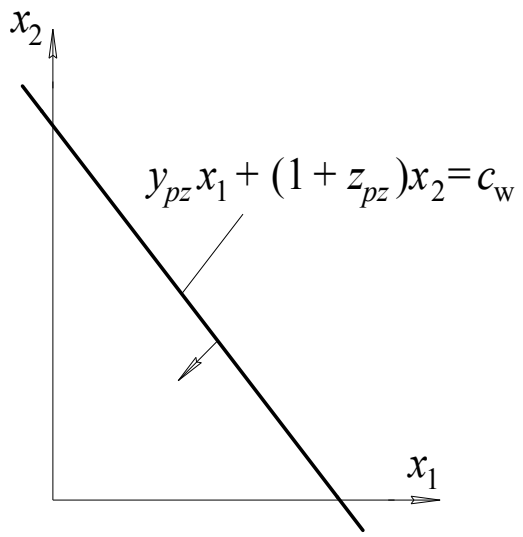



Рис. 6.1. Неравенство (6.9) на координатной плоскости

$$y_v x_1 + x_2 \le c_{\text{т}} \tag{6.10}$$

$$c_{\text{т}} = \ln\left(\frac{C_v}{t^{x_v}[T]^m}\right)$$

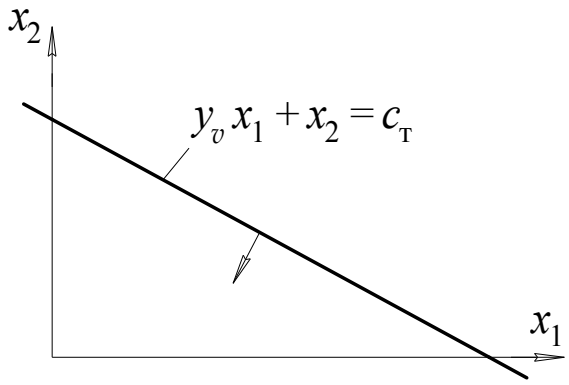



Рис. 6.2. Неравенство (6.10) на координатной плоскости

$$\left.\begin{aligned} x_{1\,\min} \le x_1 \le x_{1\,\max} \\ x_{2\,\min} \le x_2 \le x_{2\,\max} \end{aligned}\right\} \qquad (6.11)$$

$$x_{2\,\min} = \ln\left(\frac{\pi D_{\text{o}} n_{\min}}{1000}\right)$$

$$x_{2\,\max} = \ln\left(\frac{\pi D_{\text{o}} n_{\max}}{1000}\right)$$

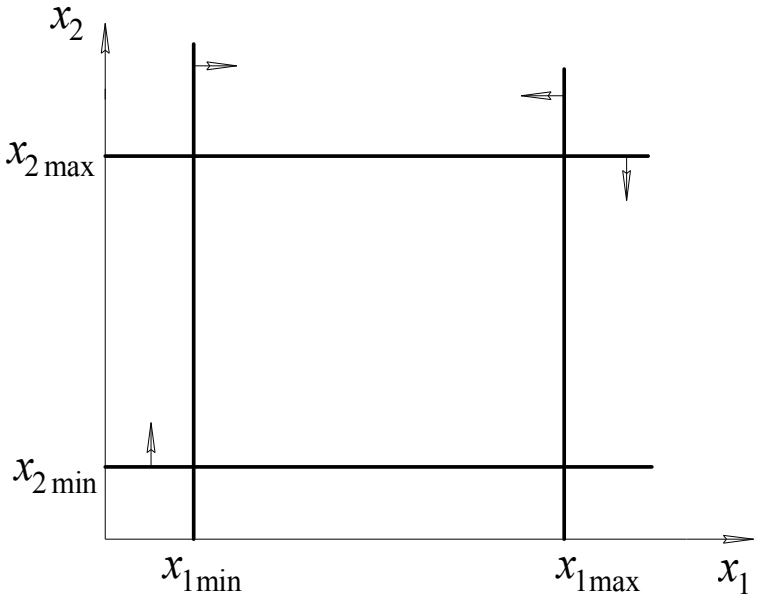



Рис. 6.3. Система неравенств (6.11) на координатной плоскости

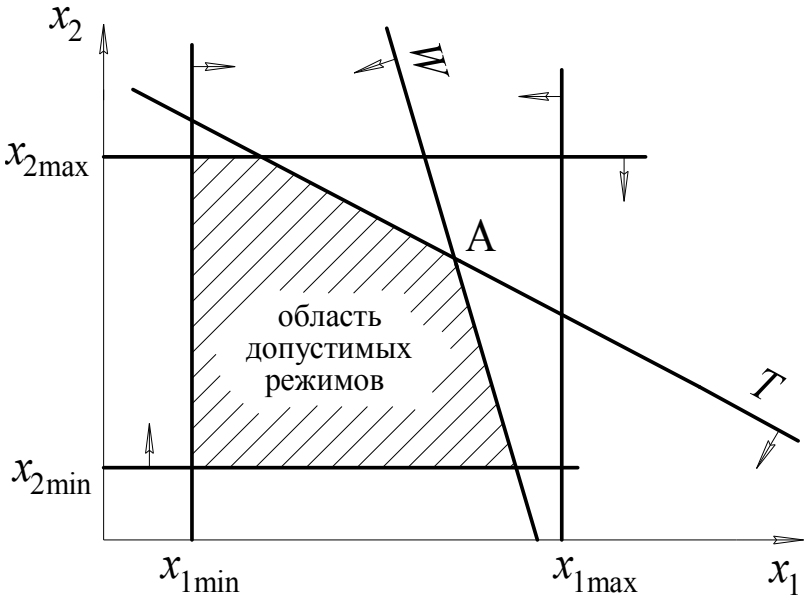



Рис. 6.4. Область допустимых режимов резания

целевые функции оптимизации $\begin{cases} \Pi \to \max \\ C \to \min \end{cases}$

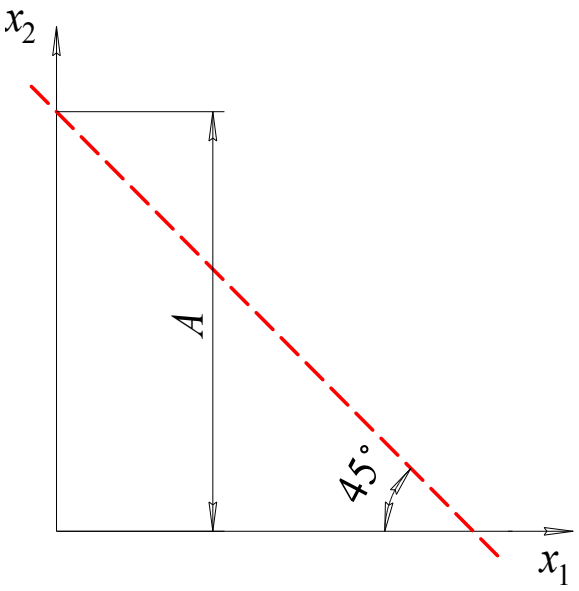



Рис. 6.5. Функция (6.13)
на координатной плоскости

$$\Pi = tsv \to \max$$

$$\boxed{sv \to \max}$$

$$x_1 + x_2 \to \max \qquad (6.12)$$

$$x_1 + x_2 = A \qquad (6.13)$$

$$x_2 = -x_1 + A$$

$$k = -1 \;\Rightarrow\; \mu = 135°$$

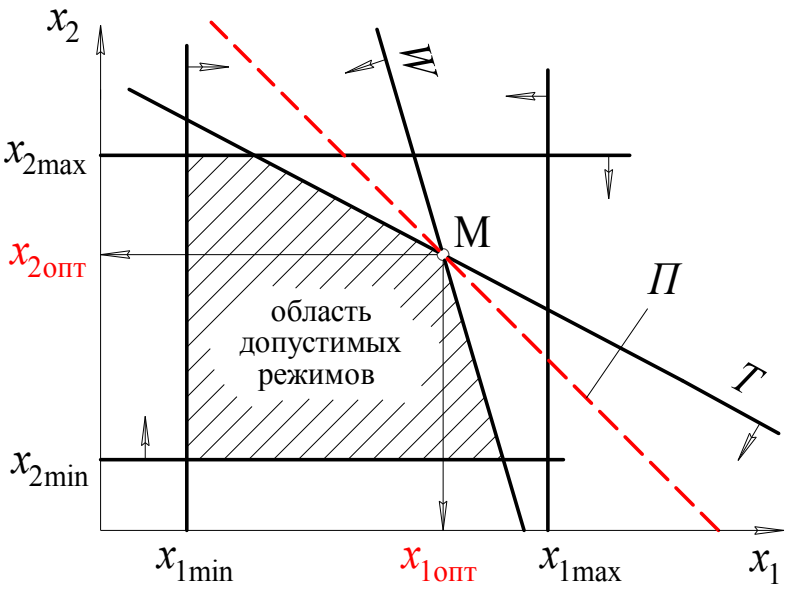



Рис. 6.6. Пример графического решения задачи оптимизации

$$\left.\begin{aligned} s_{опт} &= e^{x_{1опт}} \\ v_{опт} &= e^{x_{2опт}} \end{aligned}\right\} \qquad (6.14)$$